

IFSC-INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA
CAMPUS FLORIANÓPOLIS
CURSO TÉCNICO DE MECÂNICA



RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Prof^a. Daniela A. Bento, Dr. Eng.
Prof. Norberto Moro, M.eng. Eng.
Aluno André Paegle Auras, tec. mec.
Aluno Matheus Covre Queiroz, bach.Meca.

FLORIANÓPOLIS –2024

Apresentação

Esta apostila foi baseada no trabalho da professora Daniela A. Bento, que possui excelente desenvolvimento e didática.

Em função das novas exigências do **PROIN-Projeto Integrador**-, melhor ensino-aprendizado já visto no IFSC nestes 112 anos de existência, adaptamos uma parte da apostila, acrescentando alguns temas, exercícios e tabelas. Fica a gratidão à professora Daniela, bem como a todos aqueles que auxiliaram para que esta nova apostila fosse completada.

Ainda assim, sabemos que esta apostila sempre estará em desenvolvimento, isto é maravilhoso aprendermos sempre. Para tanto, são bem-vindas todas as críticas e sugestões, via meu Email norbertomoro@gmail.com que auxiliarão com contínuas mudanças. Estas deverão ser dirigidas ao professor, que sempre está disposto a este tipo de ajuda, a qual desde já agradecemos muito.

Enfim, esperamos que este trabalho auxilie, se possível, de forma básica na formação de novos profissionais técnicos, auxiliados com esse conhecimento teórico técnico sistematizado, organizado e assim, saibam oferecer serviços de todo o tipo nas empresas **sempre com as garantias do custo baixo mas com qualidade alta para garantir vendas no mercado competitivo.**

Finalizando, importante salientar aos futuros projetistas de máquinas e equipamentos que irão encontrar dois tipos básicos de projetos na prática do dia a dia da empresa ou seja: o desafio para a construção de pequenos projetos mecânicos existentes só no papel, projetos novos, ou reprojeter, **retrofit** de máquinas já existentes. E como empreendedores, importante desafio Herculano para abrir uma empresa, com seus riscos eminentes, venham a criar mais empregos o qual tanto o nosso país precisa, que só fica, infelizmente, em geral, em promessas das elites do poder sequiosas de permanecer no poder e não serem estadistas em pensar no país em médio e longo prazo.

Guia de estudos

Uma formação acadêmica nunca é um processo simples, especialmente quando se trata da nossa primeira experiência em um campo técnico. Muitas vezes, enfrentamos desafios que parecem ser excessivos e que podem nos fazer sentir desanimados. No entanto, é importante reconhecer que enfrentar essas dificuldades é uma parte comum do processo de formação. Esses desafios são oportunidades valiosas que, embora difíceis no momento, servem como trampolins para nosso crescimento e sucesso. Encarar e superar essas dificuldades é fundamental para nosso desenvolvimento e para a conquista de nossos objetivos profissionais.

Vamos explorar algumas ferramentas que podem auxiliar na nossa jornada acadêmica e melhorar nosso desempenho nos estudos. Lembre-se de que o mais importante é dar o melhor de si com os recursos disponíveis.

1. **Vídeo Aulas:** A professora Daniela possui um canal no YouTube que aborda os tópicos da apostila voltados para o ensino superior. Embora seu foco seja na base teórica, essas vídeo aulas podem ser extremamente úteis para complementar seus estudos e reforçar conceitos importantes.
2. **ChatGPT:** Esta ferramenta pode ser uma grande aliada na hora de tirar dúvidas fora da sala de aula. É importante, no entanto, estar ciente de suas limitações. O ChatGPT não é ideal ainda para questões de cálculos complexos, mas é excelente para esclarecer dúvidas teóricas e fornecer explicações detalhadas sobre conceitos específicos.
3. **Resumos e Mapas Conceituais:** Resumos são uma ótima estratégia para revisar e fixar o conteúdo estudado, especialmente antes das provas. Elaborar resumos ajuda a consolidar o conhecimento e identificar os pontos principais de cada tópico. Já os mapas conceituais são ferramentas visuais que facilitam a organização e a compreensão das relações entre diferentes conceitos. Utilizar essas técnicas pode melhorar significativamente a retenção de informações e a preparação para exames.

O que as empresas esperam de um técnico.

Os **conceitos de resistência dos materiais** são aplicados de forma prática no dia a dia de um técnico em mecânica para garantir o bom funcionamento de máquinas e equipamentos com qualidade e custos adequados ao mercado. Por exemplo, o técnico usa esse conhecimento para **selecionar materiais** adequados com base em especificações definidas, como saber quando usar aço ou alumínio em determinada peça, considerando resistência e durabilidade.

Outro uso importante é durante a **inspeção de componentes**, onde o técnico pode identificar **com acuidade visual**, sinais de desgaste ou fadiga em peças que estão em operação. Com base nos conceitos de resistência, ele pode reconhecer quando uma peça está próxima do seu limite de uso e precisa ser substituída, evitando falhas inesperadas.

Além disso, o técnico participa ativamente no **ajuste e manutenção de máquinas**, garantindo que parafusos, suportes e outros componentes sejam corretamente dimensionados e ajustados conforme os limites de carga que irão suportar. Isso envolve seguir padrões já estabelecidos e garantir a correta aplicação dos conceitos de resistência dos materiais durante a montagem.

O técnico tem o papel essencial de transformar o projeto em realidade no chão de fábrica. Para isso, é fundamental que ele domine conteúdos complexos, de modo a compreender as especificações delineadas pelo projetista. Enquanto o engenheiro não se preocupa em detalhar aspectos como o tipo de rosca ou o passo do parafuso, limitando-se a indicar um M16, por exemplo, também não entra em detalhes sobre a força cortante, mas sim menciona o cisalhamento. Cabe ao técnico entender e interpretar essas indicações para a execução correta do projeto.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	8
2. FORÇAS EXTERNAS.....	9
2.1 O conceito de Força F e sua importância nos cálculos dos projetos	9
2.2 Sistema de Forças	9
2.3 Equações de Equilíbrio da mecânica	10
3. Método das Seções	14
4. Momento Estático.....	17
4.1 Classificação das alavancas	18
5-EXERCÍCIOS	18
6. ESFORÇOS INTERNOS	24
6.1 Solicitações externas e esforços internos.....	24
6.2 Tensão normal interna simples de tração ou compressão simples	26
6.3 Diagrama Tensão σ x Deformação ϵ	28
6.3.1 Pontos no Diagrama Tensão x Deformação (aço com baixo teor de C).....	31
6.3.2 Lei de Hooke	32
6.4 EXERCÍCIOS.....	34
6.5 DIMENSIONAMENTO.....	37
6.5.1 Coeficiente de Segurança (Sg)	37
6.5.2 Tensão admissível (σ_{adm}), ou Tensão de Projeto	38
6.6. CENTRO DE GRAVIDADE	39
6.7 TRAÇÃO E COMPRESSÃO SIMPLES	41
6.8 EXERCÍCIOS.....	42
6.9 Flambagem por Compressão	44
7. FLEXÃO	45
8. CISALHAMENTO SIMPLES	57
8.1 Tensão de esmagamento ou de compressão σ_e ou $\sigma_{c\ esm}$	58
8.2 Distância entre rebite e fim da chapa.....	59
8.3 EXEMPLO	62
8.4 EXERCÍCIOS.....	64
9. TORÇÃO.....	66
10. CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES NA TRAÇÃO	73
11. TABELAS	85
12. RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS	110
13. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113

SIMBOLOGIA

A	Área	σ	Tensão normal
Ao	Área inicial	σ_{adm}	Tensão admissível
Af	Área final	σ_{esm}	Tensão de esmagamento
CG	Centro de Gravidade	σ_{med}	Tensão média
d	Diâmetro	σ_{max}	Tensão máxima
E	Módulo de elasticidade	σ_e	Tensão normal de escoamento
F	Força	σ_p	Tensão de proporcionalidade
f	Frequência	σ_R	Tensão limite de resistência
Kt	Fator de forma	σ_r	Tensão normal de ruptura
L	Comprimento final	τ	Tensão tangencial
Lo	Comprimento inicial	τ_e	Tensão tangencial de escoamento
Lf	Comprimento final	τ_r	Tensão tangencial de ruptura
M	Momento	ΔL	Diferença comprimento (final menos inicial)
M _f	Momento fletor	Σ	Somatório
M _t	Momento torçor	ε	Deformação
P	Carga	ψ	Estricção
p	Potência	D	Diâmetro externo
R	Reação	d	Diâmetro interno
Sg	Coeficiente de segurança	W _t	Módulo de torção
T	Torque	W _f	Módulo de flexão

1. INTRODUÇÃO

Mecânica é a ciência física que estuda os estados de repouso e movimento dos corpos sob a ação de forças. Todo campo da Engenharia depende dos princípios básicos da mecânica. É dividida em:

1. **Estática**: Estuda o equilíbrio das forças que atuam num corpo em repouso;
2. Dinâmica: Estuda o movimento dos corpos em relação às causas que o produzem.

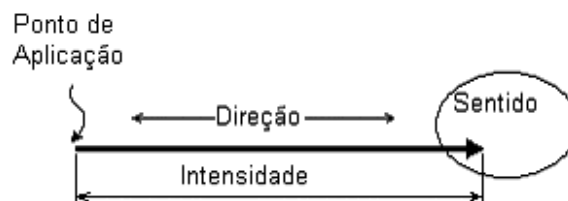
1.1 O que é Resistência dos Materiais? É o estudo sobre a capacidade que os materiais têm para resistir a certos tipos de forças externas que causam esforços internos (3ª lei de Newton) função do tipo de material, dimensões, processo de fabricação, entre outros. Esta disciplina usa a **estática** para considerar os efeitos externos (forças), e a partir de então considerar os efeitos internos (esforços). O objetivo desta primeira parte da disciplina de R.M. é conhecer as diferentes solicitações mecânicas (esforços internos causados por forças externas) para definir o melhor tipo de dimensionamento e material.

1.2 Por que estudar Resistência dos Materiais? Por um lado, esse estudo evita que peças de máquinas estejam **subdimensionadas**, ou seja, possuam uma dimensão insuficiente em relação às forças que nela atuam e que provocará quebras. Por outro lado, evita o **superdimensionamento**, ou seja, evita gasto excessivo com material quando não é necessário, influenciando diretamente no custo final dos produtos e tornando-os inviáveis (caro em relação aos demais concorrentes).

2. FORÇAS EXTERNAS

2.1 O conceito de Força F e sua importância nos cálculos dos projetos

Força é uma grandeza vetorial capaz de produzir ou modificar movimento. Toda força tem um ponto (local) de aplicação, direção (reta de ação), intensidade (grandeza) e sentido (para um dos dois lados de direção). Como não é algo material, mas imaginativo, a força foi representada graficamente por vetores (flechas). Dessa forma, é possível representar num papel cada elemento da força:



1. Ponto de aplicação – início do vetor;
2. Direção – posição da reta do vetor (ex.: norte-sul);
3. Intensidade – dimensão do vetor;
4. Sentido – fim do vetor, flecha (ex.: norte).

A força pode estar concentrada, tendo um ponto de aplicação, ou distribuída, como a força da água contra uma barragem. No caso de força concentrada, a unidade é expressa em Newtons [N]. No caso de força distribuída, é expressa em Newtons por comprimento (metro, centímetro, milímetro) [N/m; N/cm; N/mm]. ***Na verdade, toda força é distribuída***, mas quando esta força distribuída atua numa área considerada desprezível, podemos ***idealizar um vetor único, que na maioria dos casos nos traz resultados precisos***.

2.2 Sistema de Forças

Quando duas ou mais forças estão agindo sobre um corpo, temos um sistema de forças, sendo cada vetor chamado de componente. Todo sistema de forças, que atuam num mesmo plano, pode ser substituído por uma única força chamada resultante, que produz o mesmo efeito das componentes. Para se obter a resultante, basta somar as forças, que devem estar na mesma direção. Para determinar qual vetor é positivo ou negativo, existe uma convenção, adotando-se que na direção x , o vetor com sentido para direita é positivo, e na direção y , o vetor com sentido para cima é positivo.

Plano X	→ (+)
---------	-------

Plano Y	↑ (+)
---------	-------

2.3 Equações de Equilíbrio da mecânica

As condições para o **equilíbrio estático** de translação e rotação em duas dimensões, plano “x”, abscissa e plano “y”, ordenada, para um componente mecânico qualquer estático são:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma M_O = 0$$

Para aplicar essas equações gerais, tão importantes em projetos mecânicos dos mais simples aos mais complexos, devemos utilizar uma convenção de sinais ou seja:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \rightarrow + \quad - \quad \leftarrow$$

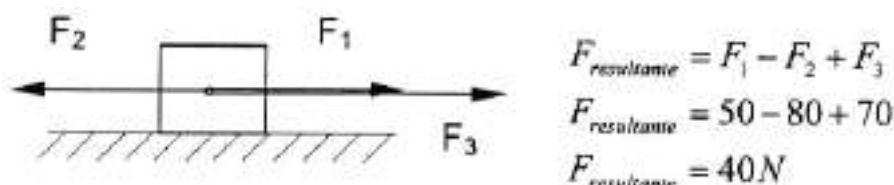
$$\Sigma F_y = 0 \quad \uparrow + \quad - \quad \downarrow$$

$$\Sigma M_O = 0 \quad \curvearrowright + \quad \curvearrowleft -$$

Vamos fazer exercícios aplicativos destas equações vistas acima ok??

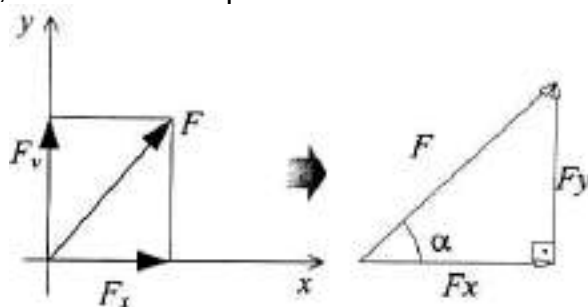
EXEMPLOS

- 1- Calcular a resultante das forças $F_1 = 50\text{ N}$, $F_2 = 80$ e $F_3 = 70\text{ N}$ aplicadas no bloco abaixo:



Caso os vetores não estejam na mesma direção, ou seja, formando ângulo com as linhas x e y , devemos decompor o vetor em duas forças: a força x e a força y . Para isso, usaremos as fórmulas do **seno e cosseno** lá da trigonometria, vistas por vocês no segundo grau ok?

- 2- Sendo dada uma força F num plano “ xy ”, é possível decompô-la em duas outras forças F_x e F_y , como no exemplo abaixo:



Onde:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

Da trigonometria sabemos que:

$\sin \alpha = \text{cateto oposto ao ângulo } \alpha / \text{hipotenusa}$
e

$\cos \alpha = \text{cateto adjacente=vizinho=próximo ao ângulo } \alpha / \text{hipotenusa}$

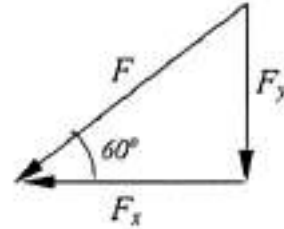
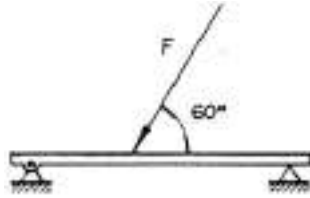
então, para o exemplo acima, temos:

$$\sin \alpha = F_y / F$$

e

$$\cos \alpha = F_x / F$$

3- Calcular as componentes horizontal e vertical da força de 200 N aplicada na viga conforme figura abaixo.



$$\text{sen}60^\circ = \frac{F_y}{F}$$

$$\text{cos}60^\circ = \frac{F_x}{F}$$

$$\text{sen}60^\circ = \frac{F_y}{200}$$

$$\text{cos}60^\circ = \frac{F_x}{200}$$

$$F_y = 200 \cdot \text{sen}60^\circ$$

$$F_x = 200 \cdot \text{cos}60^\circ$$

$$F_y = 200 \cdot \text{sen}60^\circ$$

$$F_x = 200 \cdot \text{cos}60^\circ$$

$$F_y = 173,20 \text{ N}$$

$$F_x = 100 \text{ N}$$

IMPORTANTE CAROS ALUNOS: Nesse estudo de Resistência dos Materiais, consideraremos apenas corpos estáticos, ou seja, cujas forças estão em equilíbrio ($\Sigma = 0$). Isso quer dizer que se há uma ou mais forças atuando, haverá reações com mesma intensidade e direção e com sentido contrário. Se a resultante das forças fosse maior que as reações, o corpo não estaria em repouso (Leis de Newton).

Leis de Newton

1ª Lei (Inércia): Todo corpo tende a permanecer em seu estado de repouso ou de movimento.

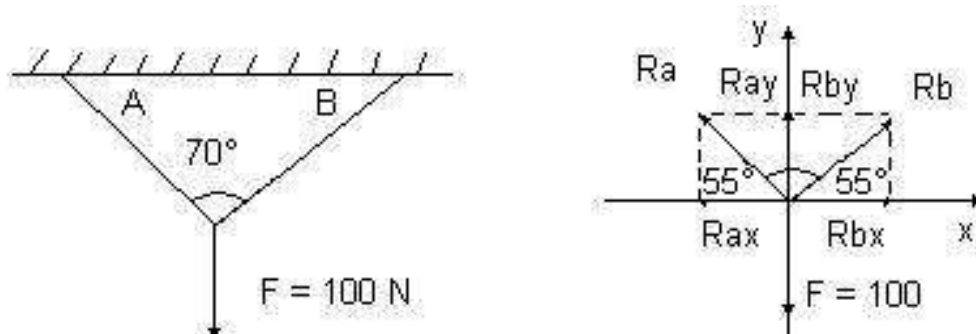
2ª Lei (Dinâmica): A força resultante que age em um ponto material é igual ao produto da massa desse corpo pela sua aceleração.

3ª Lei (Ação e Reação): Toda força que atua num corpo em repouso resulta em uma reação com mesma direção, mesma intensidade e sentido contrário.

EXEMPLO

Um peso de 100 Newtons é suportado por duas cordas de mesmo tamanho que formam um ângulo de 70° . Calcular as cargas nos cabos.

a) Construção o desenho da situação e um gráfico com as forças de reação nos cabos:



SOLUÇÃO: Aplicando as equações de equilíbrio da mecânica temos:

3. Método das Seções

O principal problema da mecânica dos sólidos é a investigação da **resistência interna** e da deformação de um corpo sólido submetido a carregamentos. Isso exige o estudo das forças que aparecem no interior de um corpo, para *compensarem* o efeito das forças externas. Para essa finalidade, emprega-se um método uniforme de solução. Prepara-se um esquema diagramático completo do membro a ser investigado, no qual todas as forças externas que agem sobre o corpo são mostradas em seus respectivos pontos de aplicação. Tal esquema é chamado de **diagrama de corpo livre**. Todas as forças que agem sobre o corpo, incluindo as de reação, causada pelos suportes, e pelo peso do corpo em si (que nesta apostila não serão consideradas), são consideradas forças externas. Exemplo de diagrama de corpo livre:

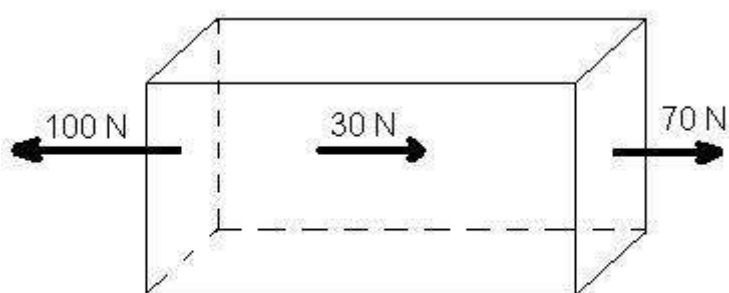
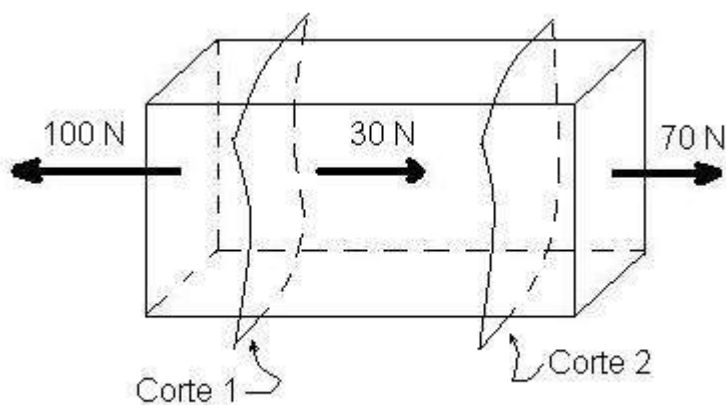
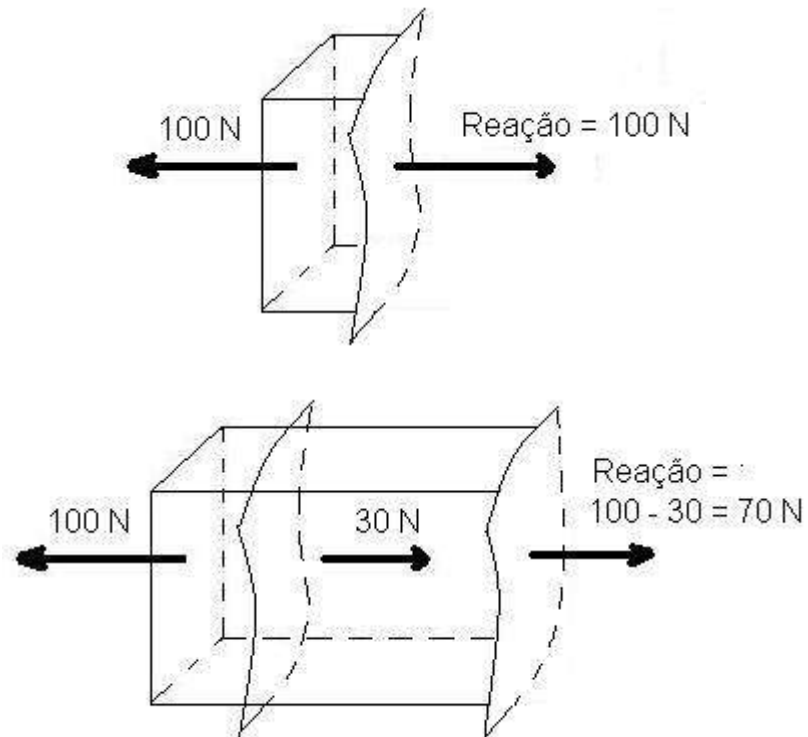


Diagrama de corpo livre

Como um corpo estável em repouso está em **equilíbrio**, as forças que atuam sobre ele satisfazem as equações de equilíbrio (soma das forças = 0). Assim, se as forças que agem sobre o corpo satisfazem as condições de equilíbrio estático e todas atuam sobre ele, o esquema representa o diagrama do corpo livre. Em seguida, para a determinação das forças internas decorrentes das externas, deve-se traçar uma seção qualquer separando o corpo em partes. Se o corpo está em equilíbrio, qualquer parte dele também estará em equilíbrio. Então a seção do corte do corpo terá forças de reação para produzir equilíbrio. Portanto, as forças externas aplicadas a um lado de um corte devem ser **compensadas pelas forças internas**, tornando as forças nulas.

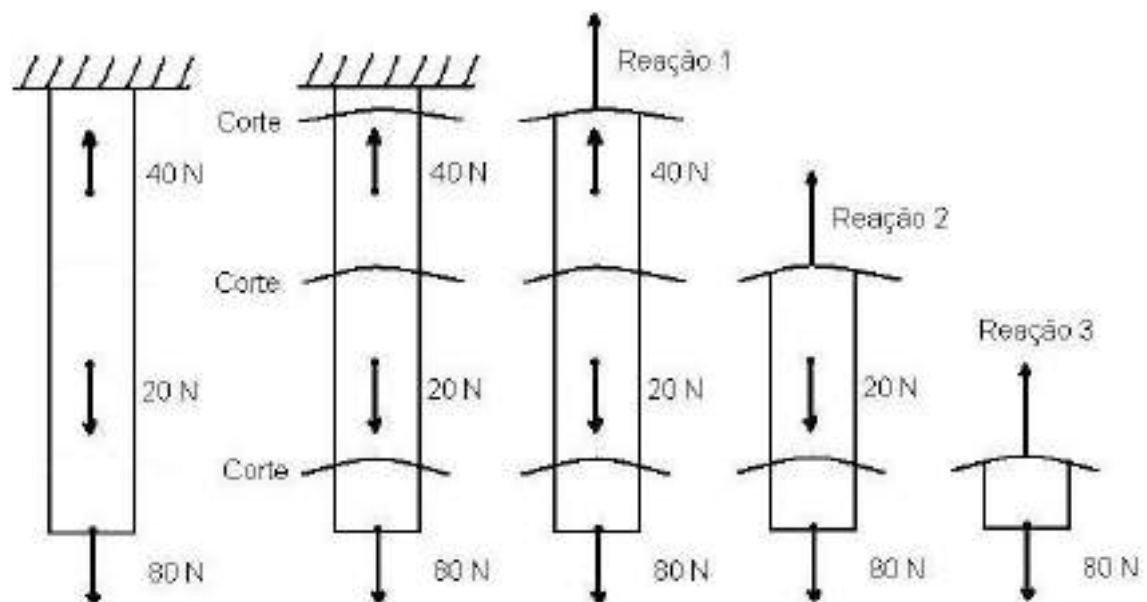


Peça seccionada



EXEMPLO

Calcular as reações às forças que atuam no corpo abaixo em cada seção.



- a) O primeiro passo é desenhar no diagrama de corpo livre os cortes, que devem ser localizados nas seções em que existam variação de forças. Depois disso, devemos desenhar diagrama de corpo livre para cada corte, incluindo as reações.
- b) Devemos calcular as reações a partir da equação de equilíbrio:

$$\Sigma F_y = 0$$

Reação 1

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ \text{Reação 1} + 40 - 20 - 80 &= 0 \\ \text{Reação 1} &= 60 \text{ N}\end{aligned}$$

Reação 2

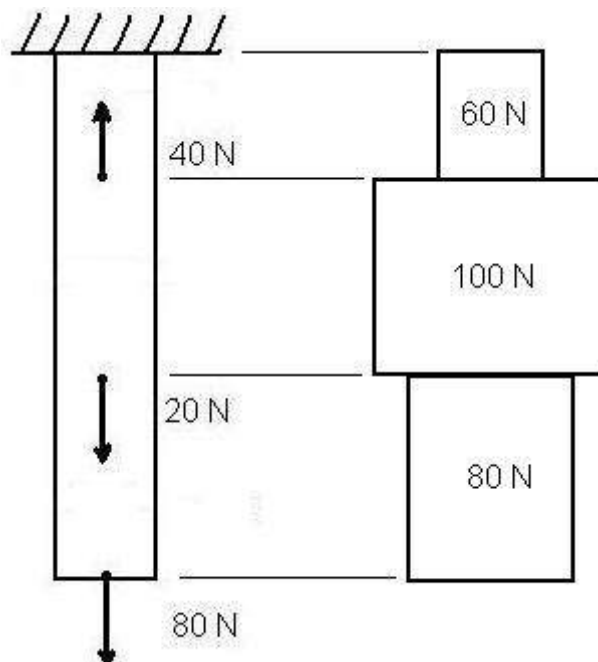
$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ \text{Reação 2} - 20 - 80 &= 0 \\ \text{Reação 2} &= 100 \text{ N}\end{aligned}$$

Reação 3

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ \text{Reação 3} - 80 &= 0 \\ \text{Reação 3} &= 80 \text{ N}\end{aligned}$$

ATENÇÃO: Se alguma reação der negativa, então o sentido do vetor está invertido. No caso acima temos exemplo de tração, mas se houvesse alguma reação negativa, teríamos compressão.

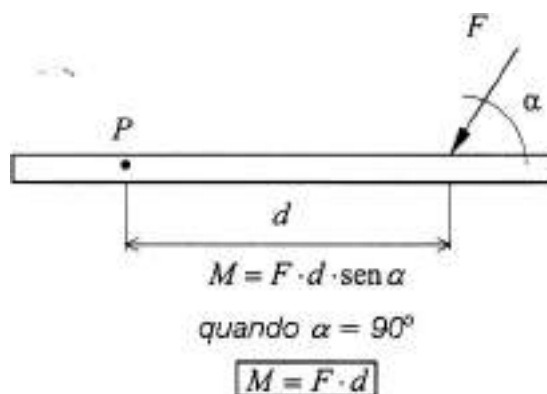
- c) Traçar o diagrama de forças serve para que percebamos a intensidade das forças de forma visual:



Aplicando o método das seções acima, pudemos descobrir qual seção possui maior força interna atuante. Isso será especialmente útil quando tratarmos de dimensionamento.

4. Momento Estático

Momento (M) é o resultado de uma força F que age num dado ponto P estando numa distância d . O momento em P é dado por F vezes d , sendo que a força que causa momento sempre estará a 90° em relação da distância. Na figura abaixo temos um momento causado pela componente y de F :

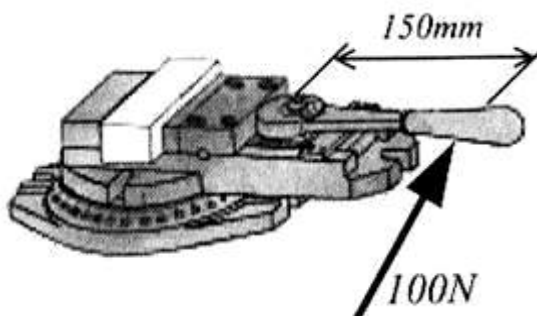


O momento é representado graficamente por um semicírculo ao redor do ponto em que se tem momento, e com uma flecha apontando o sentido, que depende do sentido da força que causa o momento. Para a condição de equilíbrio estático, a somatória dos momentos num dado ponto deve ser igual a zero. A convenção adotada é que o sentido horário é o positivo.

$\sum M_z = 0$	
----------------	--

EXEMPLO

Calcular o momento provocado na alavanca da morsa, durante a fixação da peça conforme indicado na figura abaixo:



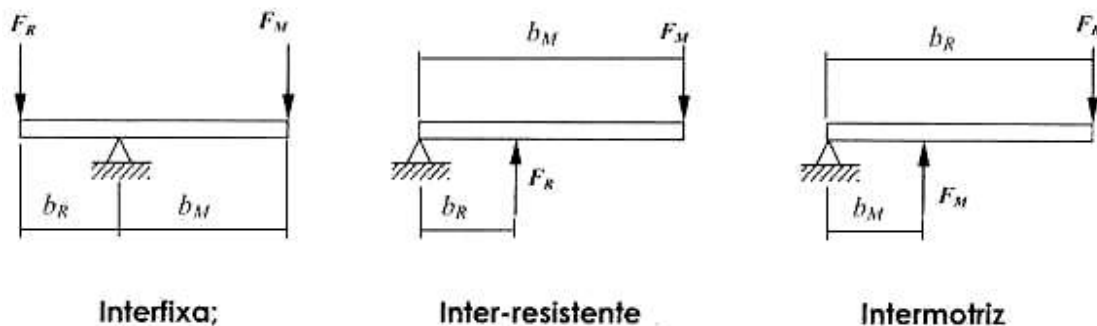
$$M = F \cdot d$$

$$M = 100 \cdot 150$$

$$M = 15000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

4.1 Classificação das alavancas

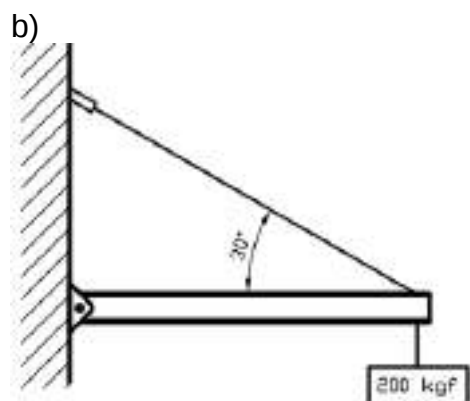
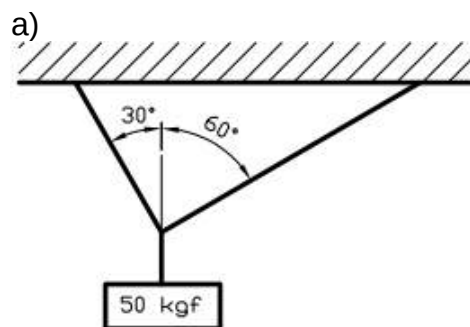
De acordo com a posição do apoio, aplicação da força motriz (F_M) e da força resistente (F_R), as alavancas podem ser classificadas como:



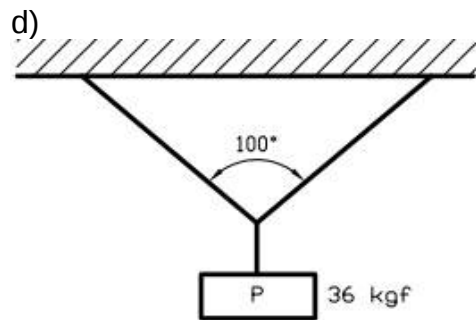
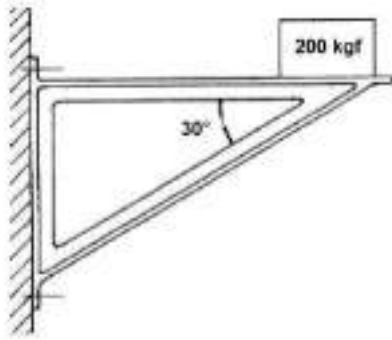
Sendo vigas estáticas, podemos aplicar as equações de equilíbrio gerais da mecânica, pág.7.

5-EXERCÍCIOS

5.1 Calcular a carga nos cabos e vigas que sustentam os indicados nas figuras abaixo:

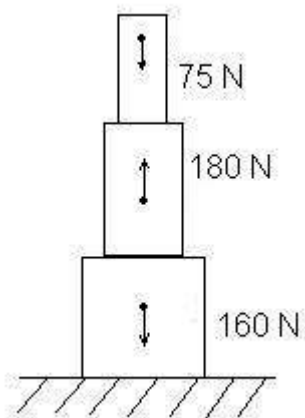


c)

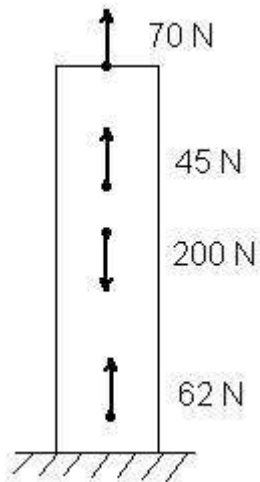


5.2. Calcule as forças de reação nas seções dos objetos abaixo, desenhando o diagrama de forças.

a)

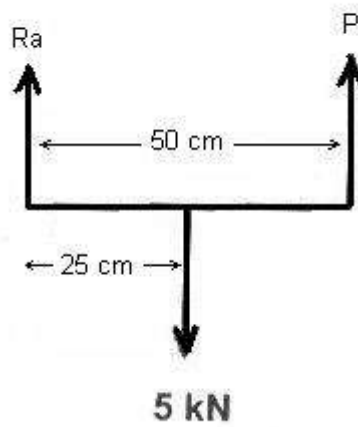
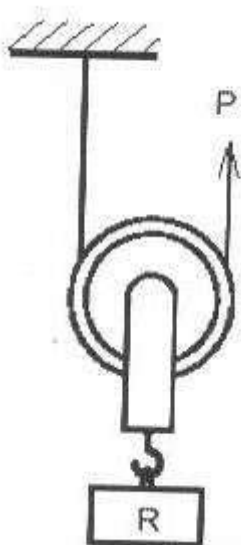


b)

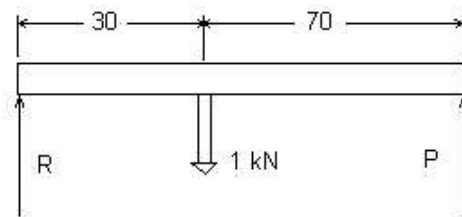
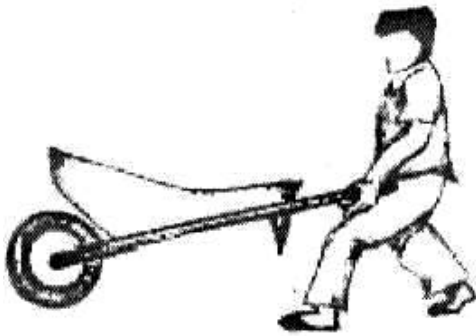


5.3 Classifique o tipo de alavanca e calcule a força necessária para mantê-las em equilíbrio:

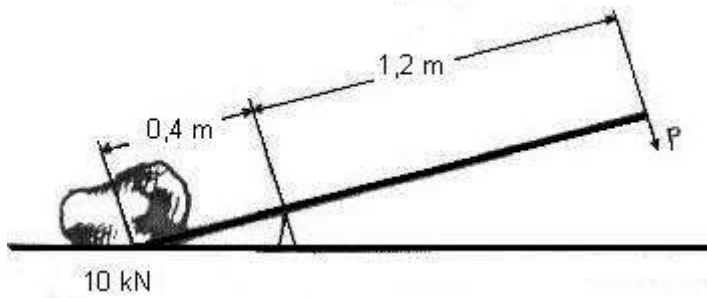
a)



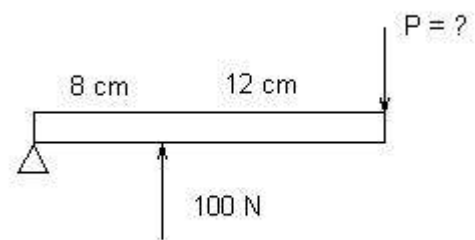
b)



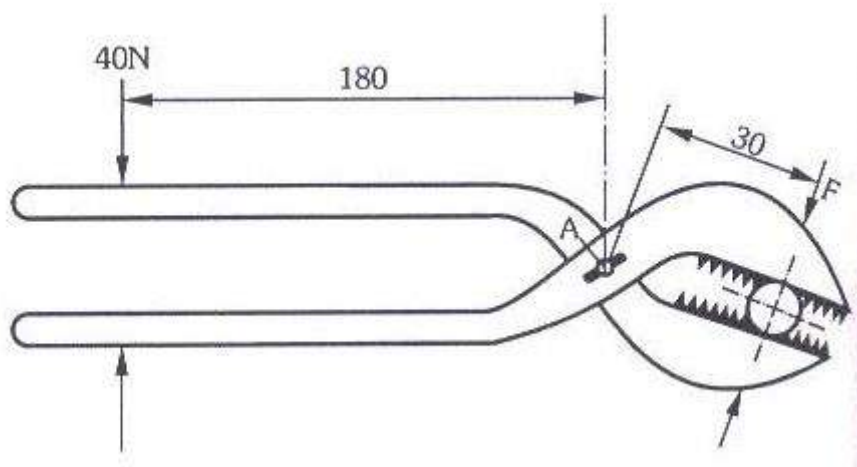
c)



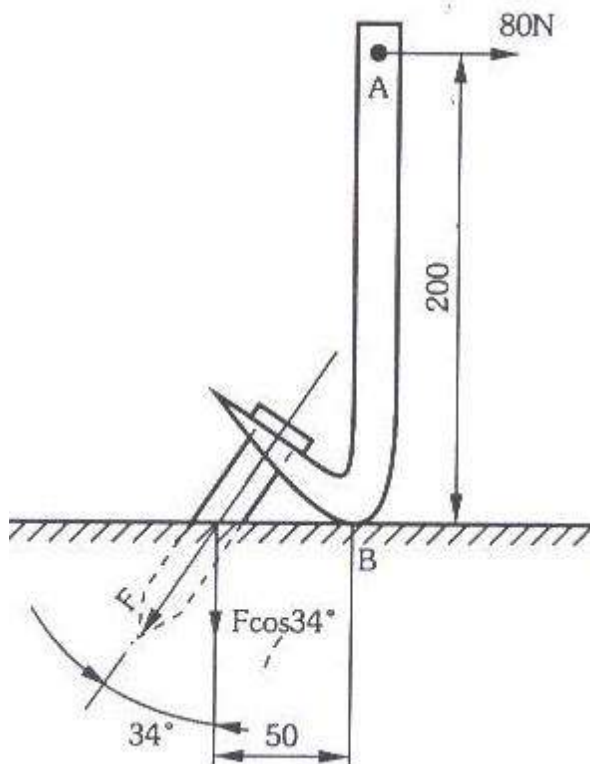
d)



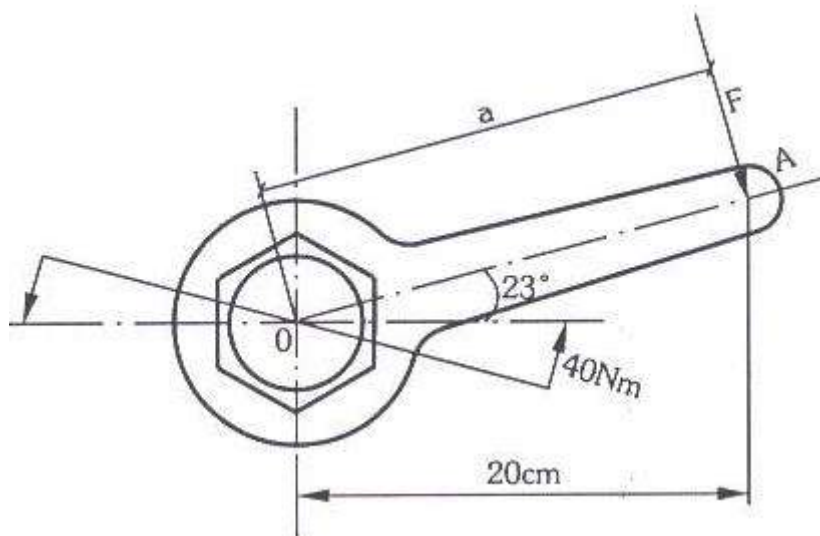
5.4 Um grifo é utilizado para rosquear um tubo de $d = 20\text{mm}$ a uma luva como mostra a figura. Determinar a intensidade da força F exercida pelo grifo no tubo, quando a força de aperto aplicada for 40N .



5.5 Determinar a força que atua no prego, quando uma carga de 80 N atua na extremidade A do extrator ("pé de cabra"), no caso representado na figura dada:



5.6 Determinar a intensidade da força F , para que atue no parafuso o torque de 40 N.m (isto é, momento provocado por F em O).

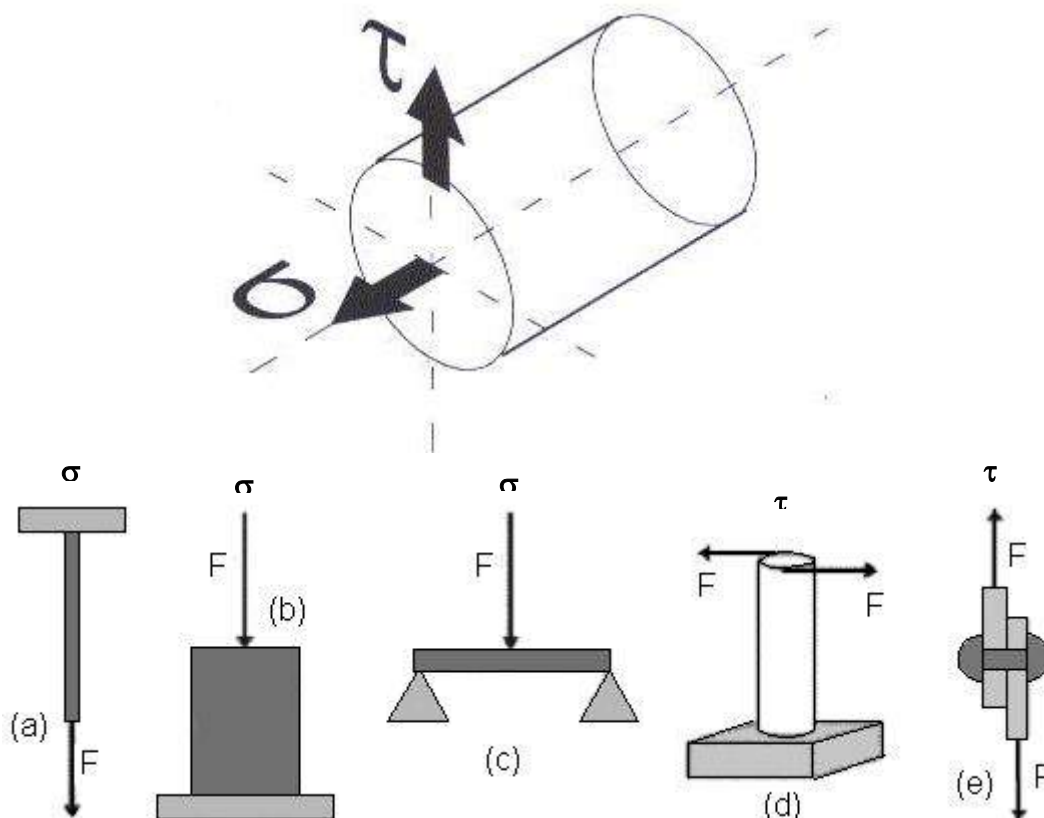


6. ESFORÇOS INTERNOS

6.1 Solicitações externas e esforços internos

Quando um sistema de forças atua sobre um corpo, o efeito produzido é diferente, dependendo dos elementos da força F externa atuante como (ponto de aplicação em sua área respectiva, direção, intensidade, sentido). O resultado da ação destas forças externas sobre uma unidade de área da seção analisada internamente num corpo é o que chamamos de **Tensão Interna sigma** (letra grega σ).

Existem esforços simples e esforços compostos. Os esforços simples, nosso foco de estudo, são divididos em duas classes de acordo com a direção da força aplicada: **esforços normais ou axiais**, que causam esforços internos na mesma direção do eixo (linha imaginária longitudinal) de um corpo; **esforços transversais**, que causam esforços internos tangenciais ou transversais a seção circular da barra abaixo. Outra observação é que a sua direção é perpendicular (que forma 90 graus) ao eixo de um corpo. As tensões internas normais são representadas pela letra grega sigma (σ), enquanto as tensões transversais internas são representadas pela letra grega tau (τ).



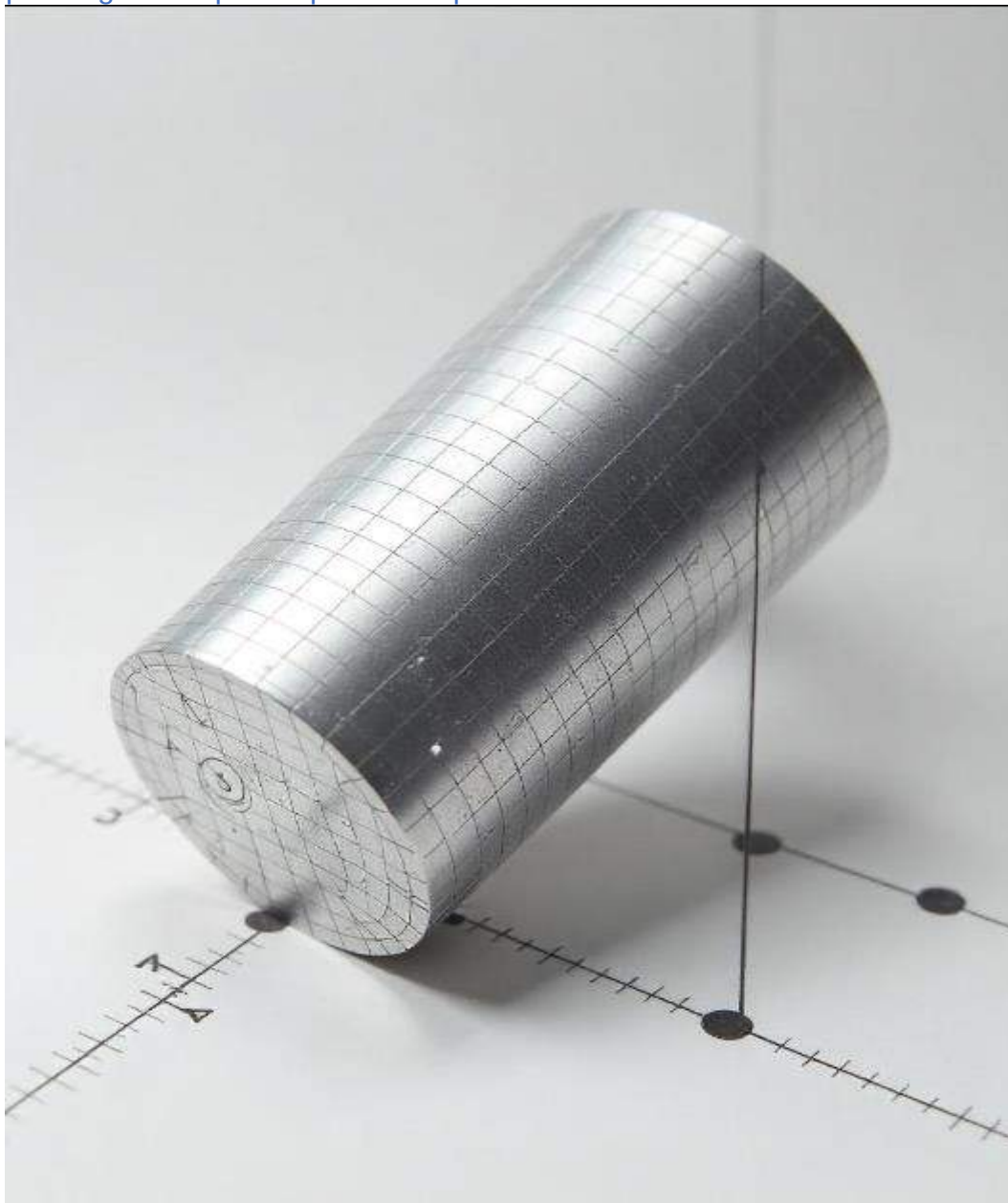
Esforços axiais: (a) tração, (b) compressão e (c) flexão¹.

¹ Alguns podem se perguntar se o esforço de flexão não faz parte dos esforços transversais, mas veremos mais adiante que a flexão causa tração e compressão em duas partes internas do corpo, que são claramente esforços axiais.

Esforços transversais: (d) torção e (e) cisalhamento.

Para compreender melhor os conceitos de flexão e torção, é importante detalhar como traçar o eixo longitudinal e o plano transversal. A pergunta que fica, caro aluno, é: você sabe identificar qual dos três eixos principais é o longitudinal?

Vou apresentar uma imagem simples. Pare e pense: qual eixo representa o longitudinal? Se houver dúvidas, vamos esclarecer o que é esse eixo antes de prosseguirmos para o próximo tópico.



A resposta correta para a questão é o eixo Z. Para quem teve dificuldade em acertar, vamos revisar os conceitos de eixo longitudinal, eixos laterais e plano transversal.

O **eixo longitudinal** é o eixo que percorre a maior parte do corpo. No caso da imagem acima, podemos observar claramente que o eixo Z é o que apresenta a maior dimensão do corpo de prova (CP).

Os **eixos laterais** são aqueles que vão de um lado a outro do corpo, perpendiculares ao eixo Z (longitudinal). No corpo de prova (CP), esses eixos correspondem às dimensões menores, eixos X e Y e estão ligados a movimentos ou deformações laterais. Mesmo sendo menores que o eixo Z, eles são importantes para entender as proporções e a simetria do CP e também para realização de projetos mais simples no dia a dia da empresa.

O **plano longitudinal** acompanha o eixo Z, dividindo o CP em duas partes simétricas, geralmente a frente e as costas. Esse plano reflete a maior dimensão do CP e é usado para descrever movimentos ou deformações ao longo do eixo Z, como estiramentos ou compressões. Ele é essencial para analisar a geometria e o comportamento do CP em ensaios.

6.2 Tensão normal interna simples de tração ou compressão simples

É determinada através da relação entre a intensidade da carga externa F aplicada **que resulta numa força interna F_i de igual valor em geral (ação e reação 3ª Lei de Newton); essa F_i dividida pela respectiva área resistente A da seção transversal da peça, em geral de formato circular, é denominada de tensão normal interna simples, representada pela letra grega sigma (σ)**.

$$\sigma_i = \frac{F_i}{A} \quad [\text{MPa}]$$

A área resistente **A** (você viram no velho ginásio) para uma seção circular cheia é dada por:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Para calcular o diâmetro resistente “d” encontrado no comércio, basta isolar “d” da fórmula da área já vista acima, ou seja: $d^2 = 4 \cdot A / \pi$, logo,

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} \quad \text{diâmetro “d” resistente mínimo em mm}$$

Isso quer dizer que em cada pequena parte de uma área da seção de uma peça atua uma carga F_i interna numa pequena área interna A_i , como vemos na figura 1 abaixo:

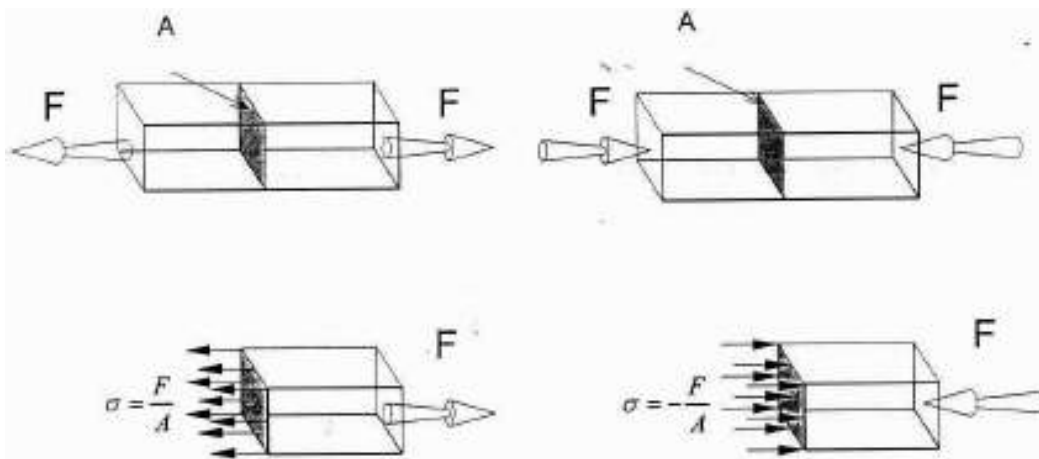


Fig 1

No Sistema Internacional (SI), a força é expressa em Newtons e a área em metros quadrados (m^2). A tensão então será expressa em N/m^2 , que é denominada Pascal (Pa). Mas na prática é uma medida muito pequena para tensão, então, usa-se múltiplos desta unidade, que são o quilopascal (kPa), megapascal (MPa) e o gigapascal (GPa).

1 Pa	1 N/m^2
1 MPa*	1 N/mm^2
1 GPa	1 kN/mm^2 ou 1000 N/mm^2
1GPa	10^3 MPa ou 1000 MPa

*** O MPa será a unidade “padrão”, usada na unidade das tensões ok???**

EXEMPLO

Uma barra de seção circular com $d=50$ mm de diâmetro é tracionada por uma carga normal de 36 kN. Determine a tensão normal atuante na barra.

a) Força normal externa F:

$F = 36 \text{ kN} = 36000 \text{ N}$ e a
força interna F_i
vale=.....

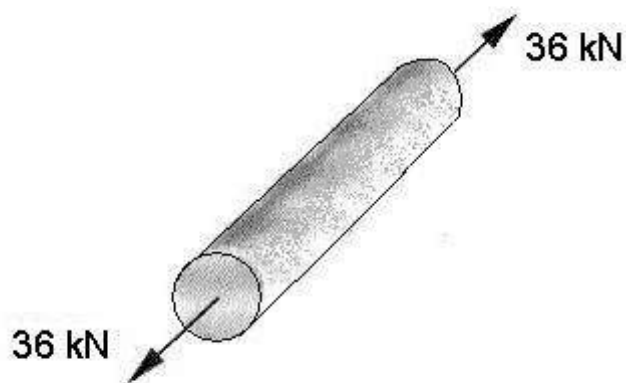
b) Área de seção circular:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 1963,5 \text{ mm}^2$$

c) Tensão normal interna:

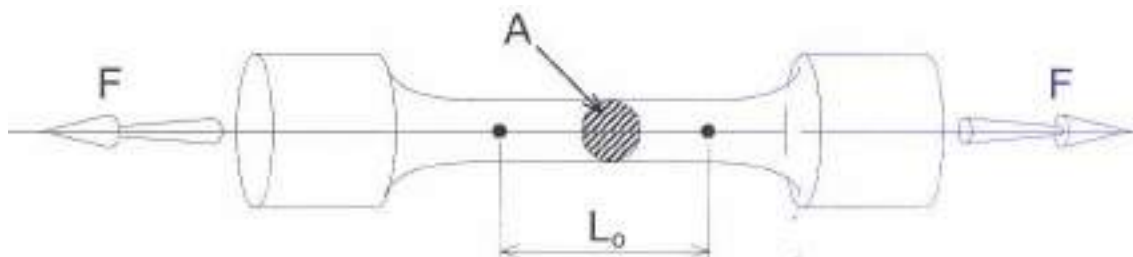
$$\sigma = \frac{F}{A} = 18,33 \text{ Mpa}$$

Obs: Isso quer dizer que em cada mm^2 da seção transversal da peça, atua 18,33 N.



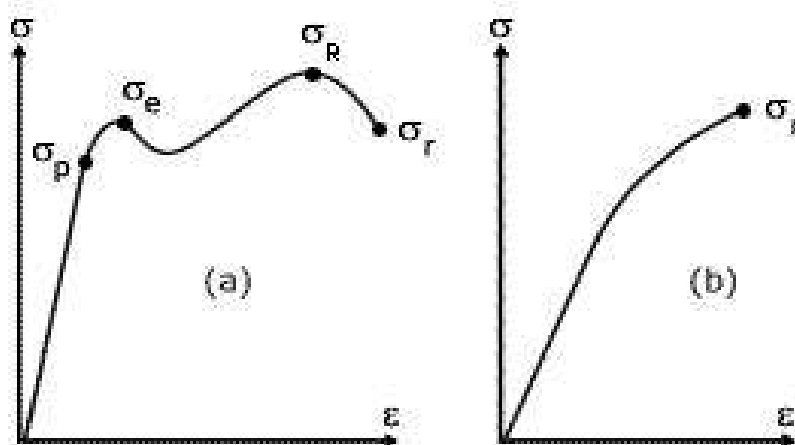
6.3 Diagrama Tensão σ x Deformação ϵ

Em Resistência dos Materiais, é necessário conhecer o comportamento dos materiais quando submetidos a carregamentos. Para obtermos estas informações, é feito um ensaio de tração numa amostra do material chamada corpo de prova (CP). São medidas a área de seção transversal “A” do CP e a distância “ L_0 ” entre dois pontos marcados neste.



O CP é submetido a uma carga externa “F” que vai aumentando gradativamente. À medida que este carregamento aumenta, pode ser observado um aumento na distância entre os pontos marcados e uma redução na área de seção transversal, até a ruptura do material. A partir da medição da variação destas grandezas, feita pela máquina de ensaio, é obtido o diagrama de tensão (σ) x deformação (ϵ).

O diagrama σ X ϵ varia muito de material para material, e ainda, para um mesmo material podem ocorrer resultados diferentes devido à variação de temperatura do corpo de prova e da velocidade da carga aplicada. Entre os diagramas σ x ϵ de vários grupos de materiais é possível distinguir características comuns que nos levam a dividir os materiais em duas importantes categorias: os materiais dúcteis e os frágeis.



(a) Material dúctil e (b) Material Frágil

Os materiais dúcteis como aço, cobre, alumínio e outros, são caracterizados por apresentarem escoamento a temperaturas normais. O corpo de prova é submetido a carregamento crescente, e com isso seu comprimento aumenta, de forma lenta e proporcional ao carregamento. Desse modo, a parte

inicial do diagrama é uma linha reta com grande coeficiente angular. Entretanto, quando é atingido um valor crítico de tensão (σ_e - tensão de escoamento), o corpo de prova sofre uma grande deformação com pouco aumento de carga aplicada. A deformação longitudinal de um material é definida como:

$$\varepsilon = \frac{L_f - L_o}{L_o} \times 100 \text{ [%]}$$

onde:

ε - deformação [%]

L_o - comprimento inicial do CP [mm, cm, ...]

L_f - comprimento final do CP [mm, cm, ...]

Quando o carregamento atinge um valor máximo (σ_R - tensão limite de resistência), o diâmetro do CP começa a diminuir, devido a perda de resistência local. Esse fenômeno é conhecido como estricção:

$$\psi = \frac{A_o - A_f}{A_o} \times 100 \text{ [%]}$$

onde:

ψ - estricção [%]

A_o - área da seção transversal inicial [mm, cm, ...]

A_f - área da seção transversal final [mm, cm, ...]

Após ter começado a estricção, um carregamento mais baixo (σ_r - tensão de ruptura) é suficiente para a deformação e rompimento do corpo de prova. Em materiais frágeis a σ_R é igual à σ_r , sendo que ocorre muita pouca deformação até a ruptura (ex.: ferro fundido, vidro e pedra).

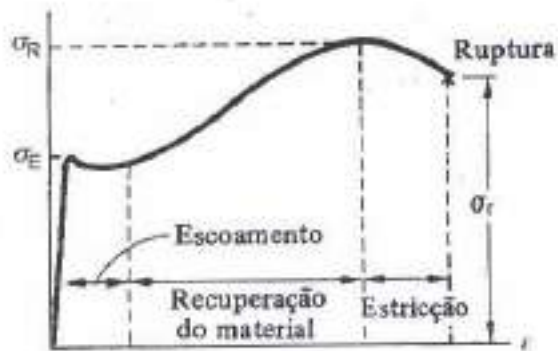


Diagrama $\sigma \times \epsilon$ de um aço com baixo teor de Carbono e CP: estricção e ruptura

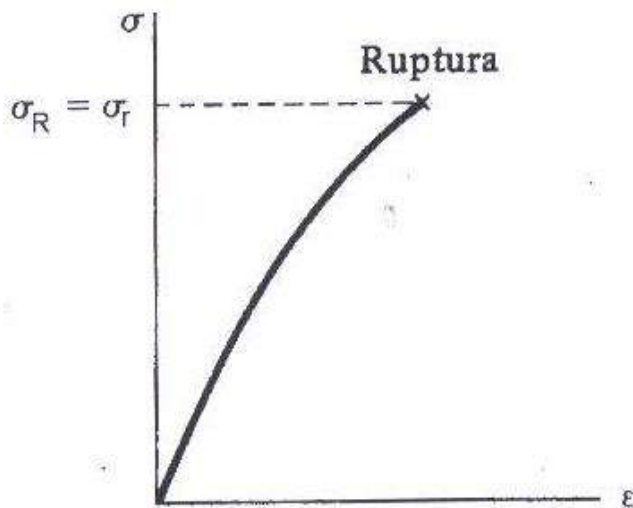
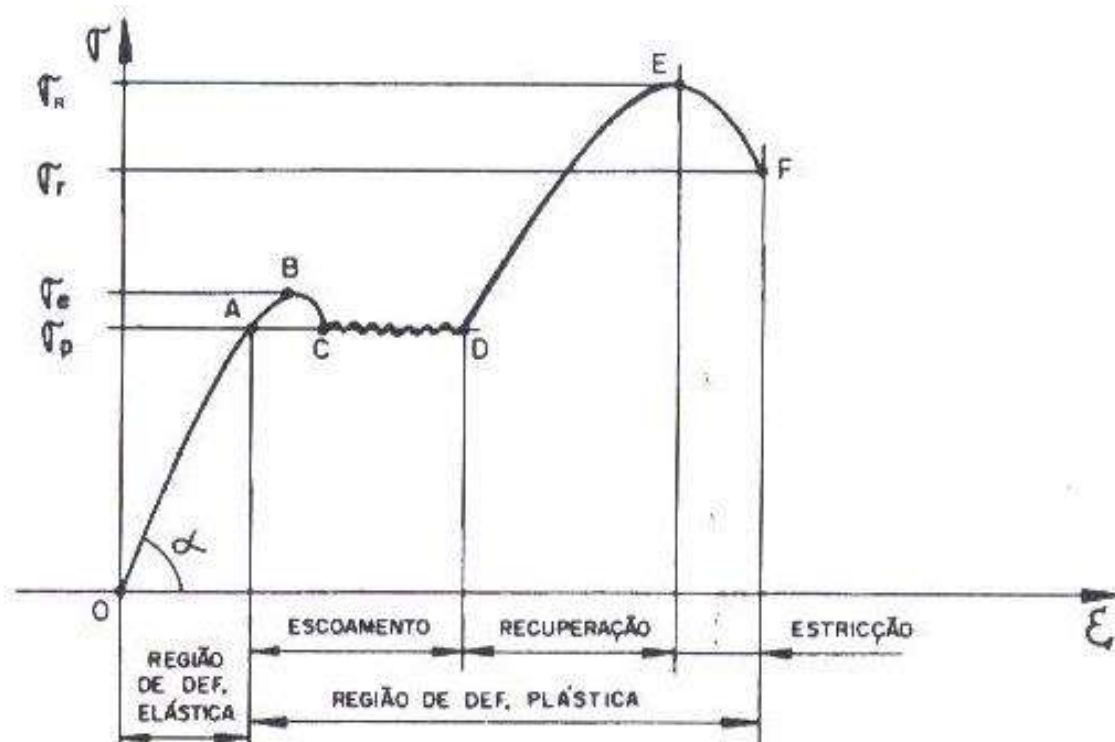


Diagrama $\sigma \times \epsilon$ e ruptura de CP de um ferro fundido [FºFº]

6.3.1 Pontos no Diagrama Tensão x Deformação (aço com baixo teor de C)



(σ_p) - Tensão de proporcionalidade: Representa o valor máximo da tensão, abaixo do qual o material obedece a lei de Hooke.

(σ_e) - Tensão de escoamento: A partir deste ponto aumentam as deformações sem que se altere, praticamente, o valor da tensão. Quando se atinge o limite de escoamento, diz-se que o material passa a escoar-se.

(σ_r) - Tensão limite de resistência: A tensão correspondente a este ponto recebe o nome de limite de resistência ou resistência a tração, pois corresponde a máxima tensão atingida no ensaio de tração.

(σ_r) - Tensão de ruptura: A tensão correspondente a este ponto recebe o nome de limite de ruptura; é a que corresponde a ruptura do corpo de prova.

(ϵ_e) - Deformação Elástica: O trecho da curva tensão - deformação, compreendido entre a origem e o limite de proporcionalidade, recebe o nome de região elástica.

(ϵ_p) - Deformação Plástica: O trecho compreendido entre o limite de proporcionalidade e o ponto correspondente a ruptura do material.

6.3.2 Lei de Hooke

Sabemos, observando o diagrama $\sigma \times \varepsilon$ que a tensão é diretamente proporcional à deformação elástica, uma linha reta. Então podemos escrever:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Essa relação é conhecida como Lei de Hooke. Devemos aprender também acerca do módulo de elasticidade **E** ou módulo de Young, que é determinado pela força de atração entre átomos dos materiais, isto é, quando maior a atração entre átomos, maior o seu módulo de elasticidade **E**. Este módulo é característico de cada material, e pode ser encontrado na tabela 10.1 no fim da apostila (ex.: $E_{\text{aço}} = 210 \text{ GPa}$; $E_{\text{alumínio}} = 70 \text{ GPa}$).

Sabendo que

$$\varepsilon = \Delta L / L_0 \quad \text{e} \quad \sigma = F / A$$

Podemos escrever a seguinte relação para o alongamento (ΔL):

$$\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{A \cdot E}$$

O alongamento será positivo (+) quando a carga aplicada tracionar a peça, e será negativo (-) quando a carga aplicada comprimir a peça.

EXEMPLO

Uma barra de alumínio possui uma seção transversal quadrada com 60 mm de lado, o seu comprimento é de 0,8 m. A carga axial aplicada na barra é de 30 kN. Determine o seu alongamento. $E_{\text{al}} = 0,7 \times 10^3 \text{ MPa}$.



a) Força normal:

$$F = 30 \text{ kN} = 30000 \text{ N}$$

b) Comprimento inicial da barra:

$$L_0 = 0,8 \text{ m} = 800 \text{ mm}$$

c) Área de secção quadrada:

$$A = 60^2 = 3600 \text{ mm}^2$$

d) Alongamento:

$$\Delta L = (30000 \times 800) / (3600 \times 70 \times 10^3)$$

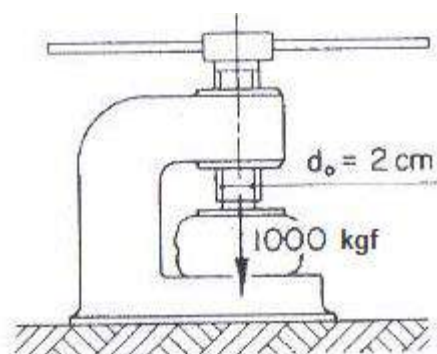
$$\Delta L = 0,0952 \text{ mm}$$

$$\Delta L = 9,52 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

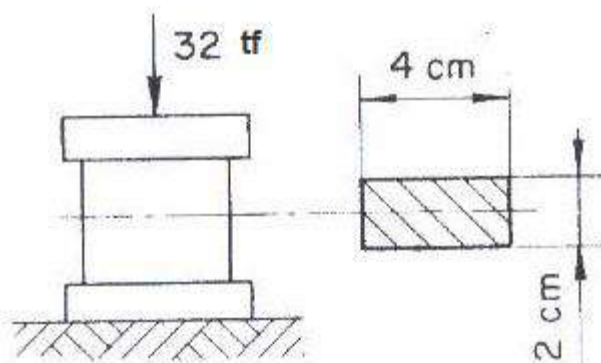
Obs.: Preste muita atenção nas unidades. Antes de jogar os valores na fórmula, deve-se converter tudo em uma unidade comum.

6.4 EXERCÍCIOS

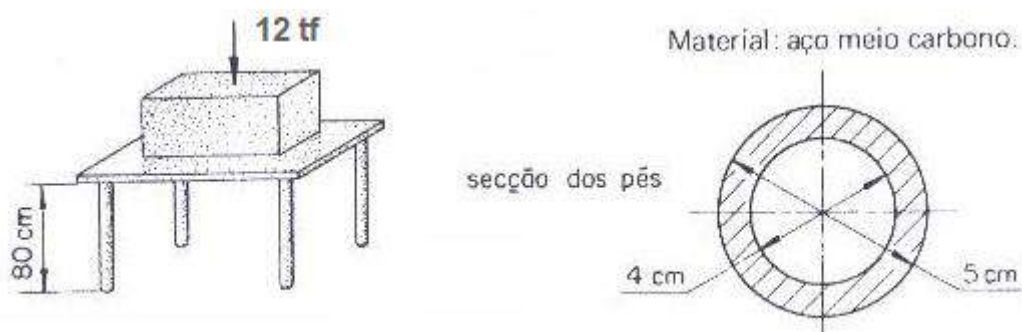
6.4.1 No dispositivo abaixo, calcular a tensão normal atuante no parafuso. (Considerar para os exercícios $1 \text{ kg} = 10 \text{ N}$).



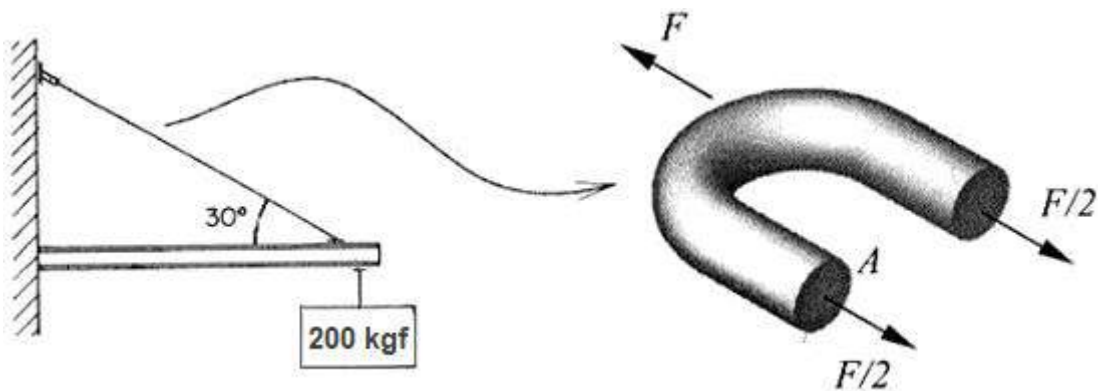
6.4.2 A peça abaixo foi submetida ao ensaio de compressão e sofreu rupturas com a carga de 32 t . Calcular a tensão de ruptura à compressão do material.



6.4.3 Calcular o encurtamento dos pés da mesa na figura. Material: aço ABNT 1020 (Verificar E do material na tabela 10.1 no fim da apostila).

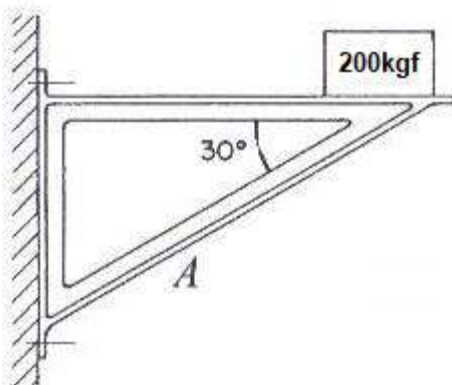


6.4.4 Determinar a tensão atuante na corrente que sustenta a estrutura indicada (Diâmetro do elo = 15 mm).

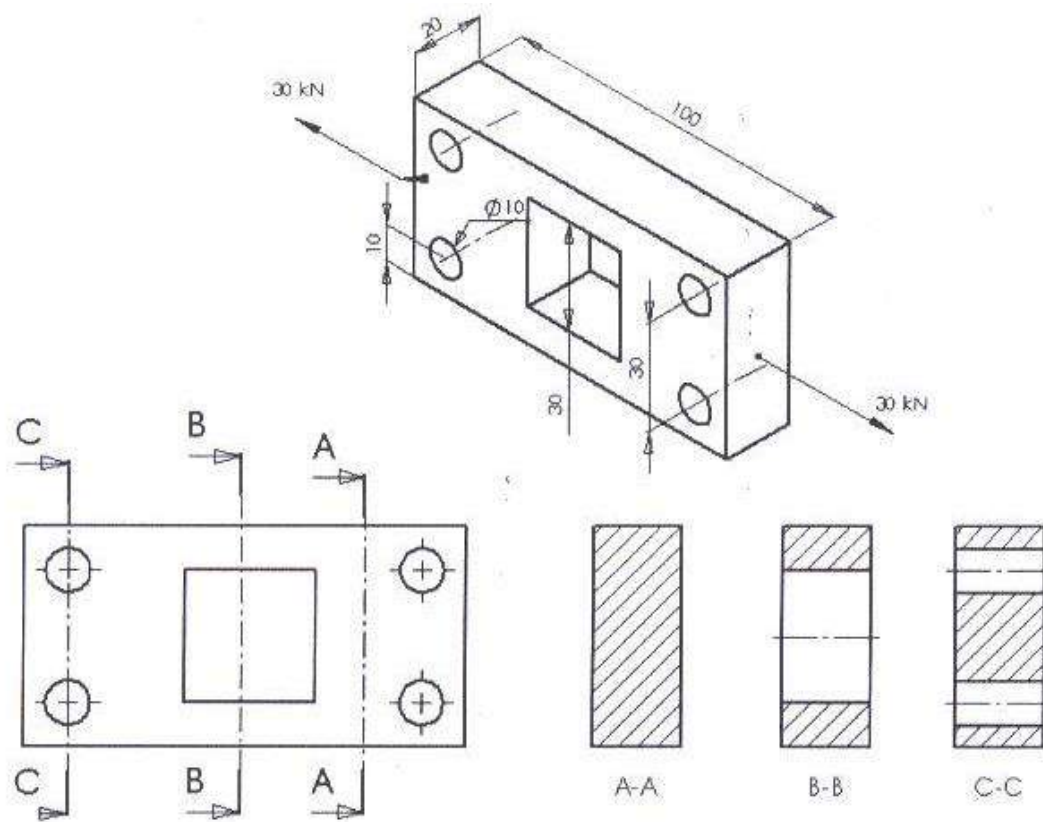


6.4.5 Determinar a tensão na barra de sustentação A da estrutura abaixo, considerando que sua seção transversal é:

- a) circular ($D = 20 \text{ mm}$);
- b) circular vazada ($D = 20 \text{ mm}$, $\text{esp} = 4 \text{ mm}$);
- c) Perfil T ($40 \times 20 \text{ mm}$, $\text{esp} = 5 \text{ mm}$).



6.4.6 Determinar a tensão atuante nas seções AA, BB e CC da peça de aço ABNT 1020 LQ representada abaixo.



6.5 DIMENSIONAMENTO

Na prática, a determinação de tensões é um importante passo para o desenvolvimento de dois estudos:

- **Análise de estruturas e máquinas já existentes**, com o objetivo de prever o seu comportamento sob condições de cargas específicas ou modificar as suas estruturas (retrofit).
- **Projeto de novas máquinas e estruturas, que** deverão cumprir determinadas funções de maneira segura e econômica.

Em ambos os casos é necessário saber como o material empregado vai atuar sob as condições de carregamento, seja na tração, compressão, flexão, cisalhamento ou torção. Para cada tipo de material, isto pode ser determinado através de uma série de ensaios específicos a cada tipo de solicitação, de onde obtemos dados importantes como tensões de escoamento e ruptura.

6.5.1 Coeficiente de Segurança (Sg)

Este coeficiente é de extrema importância, já que faz o equilíbrio entre segurança e economia. As especificações para Sg de diversos materiais e para tipos diferentes de carregamentos em vários tipos de estruturas são dados pelas Normas Técnicas da ABNT. Na prática, a fixação do coeficiente é feita nas normas de cálculo e baseado no critério e experiência do projetista. Os fatores a serem considerados para a determinação do Sg são:

- a) Material a ser aplicado;
- b) Tipo de carregamento;
- c) Frequência de carregamento;
- d) Ambiente de atuação;
- e) Grau de importância do membro projetado.

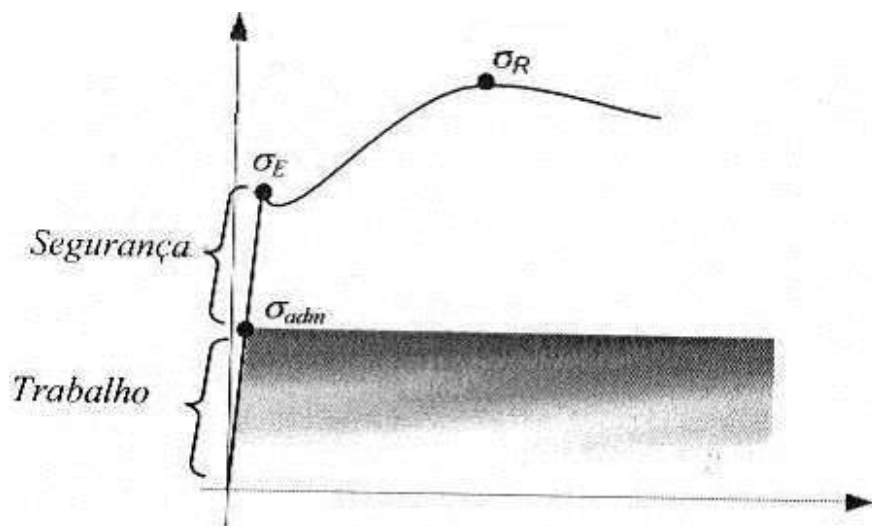
Para calcular o Sg basta multiplicar entre si o valor de cada fator. No fim da apostila, na tabela 10.2, há valores de cada fator para alguns casos.

A tabela abaixo dá uma ideia sobre a influência do conhecimento dos fatores no valor do Sg:

Coeficiente	Carregamento	Tensão no material	Propriedades do material	Ambiente
1,2 - 1,5	Exatamente conhecido	Exatamente conhecida	Exatamente conhecidas	Totalmente sob controle
1,5 - 2,0	Bem conhecido	Bem conhecida	Exatamente conhecidas	Estável
2,0 - 2,5	Bem conhecido	Bem conhecida	Razoavelmente conhecidas	Normal
2,5 - 3,0	Razoavelmente conhecido	Razoavelmente conhecida	Ensaaiadas aleatoriamente	Normal
3,0 - 4,0	Razoavelmente conhecido	Razoavelmente conhecida	Não ensaiadas	Normal
4,0 - 5,0	Pouco conhecido	Pouco conhecida	Não ensaiadas	Variável

6.5.2 Tensão admissível (σ_{adm}), ou Tensão de Projeto

No projeto de um elemento estrutural ou componente de máquina, deve-se considerar que, em condições normais de operação/trabalho, o carregamento seja menor que o valor que o material possa suportar. Este valor que o material suporta, deve ser a tensão de escoamento (para materiais dúcteis) e a tensão de ruptura (para materiais frágeis). Ainda assim, devemos garantir que, caso haja por qualquer motivo um carregamento acima do normal, o material não ultrapasse a tensão de proporcionalidade (logo abaixo da tensão de escoamento), e assim, tenha uma deformação plástica². Tensão admissível, nada mais é do que uma tensão abaixo da tensão de proporcionalidade, sendo a máxima tensão a ser aplicada em condições normais de trabalho. Assim, caso haja um carregamento além do normal, não será atingida a tensão de proporcionalidade.



Há casos em que a tensão admissível pode estar acima da tensão de proporcionalidade, dentro da região de deformação plástica. Isso se dá ao fato da necessidade de redução de peso, como na indústria de foguetes espaciais, mísseis etc. Esse caso específico é possível devido à grande precisão de cálculos e conhecimento das tensões de trabalho. Mas o fato é que isso representa uma pequena minoria.

A tensão admissível será calculada pela divisão da tensão de escoamento ou ruptura (depende do tipo de material) pelo coeficiente de segurança (S_g).

****Materiais Dúcteis - $\sigma_{adm} = \sigma_e / S_g$**

****Materiais Frágeis - $\sigma_{adm} = \sigma_r / S_g$**

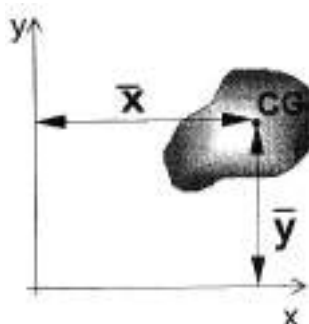
² Deformação plástica é aquela que, quando encerrada a carga aplicada, o material não volta mais à sua condição anterior, sendo uma deformação permanente. Cargas aplicadas até a tensão de proporcionalidade, fazem com que o material sofra deformação elástica, isto é, retorne à condição normal quando encerrada a carga aplicada.

6.6. CENTRO DE GRAVIDADE

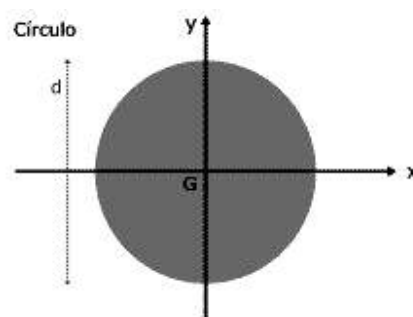
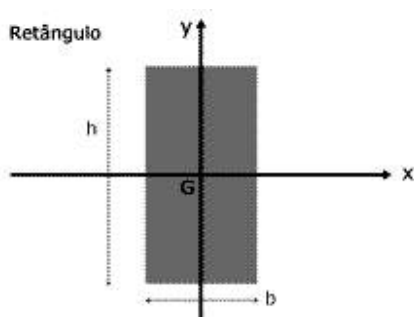
O Centro de Gravidade (CG) é um ponto da peça que é considerado a localização central de massa. Se cortarmos uma peça x de forma que obtemos um perfil geométrico, podemos inserir um parafuso no CG do perfil e prender uma linha no parafuso. Segurando essa linha, perceberemos que o perfil formará um ângulo perfeito de 90° com a superfície da terra.

Tem sua importância para considerar o peso da peça, onde será inserido um vetor com seu peso. Além disso, é utilizado para o cálculo de flexão em perfis não tabelados.

A localização do CG é feita através de coordenadas cartesianas (x-y).



Em muitas formas geométricas, o CG é facilmente conhecido, como quadrado, retângulo e círculo (o CG está exatamente no meio da figura).



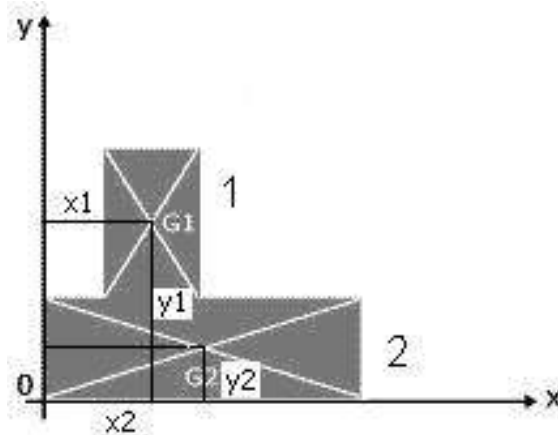
Mas existem muitos perfis que exigem equações para descobrir o CG. Basta traçar um plano cartesiano e dividir a figura em pequenas formas geométricas cujo CG é conhecido. Então, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$x = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

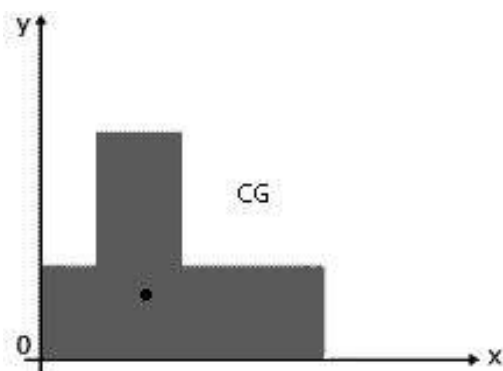
$$y = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

EXEMPLO

Determinar o CG da figura geométrica abaixo, sendo o retângulo 1 = 100x200 mm, e o retângulo 2 = 300x150 mm.



- a) Área de 1 = $100 \times 200 = 20000 \text{ mm}^2$;
Área de 2 = $300 \times 150 = 45000 \text{ mm}^2$;
- b) $x_1 = (300/2) - (100/2) = 100 \text{ mm}$;
 $x_2 = 300/2 = 150 \text{ mm}$;
- c) $y_1 = 150 + (200/2) = 250 \text{ mm}$;
 $y_2 = 150/2 = 75 \text{ mm}$;
- d) $x = (20000 \times 100 + 45000 \times 150) / (20000 + 45000) = 108,3 \text{ mm}$
- e) $y = (20000 \times 250 + 45000 \times 75) / (20000 + 45000) = 105 \text{ mm}$

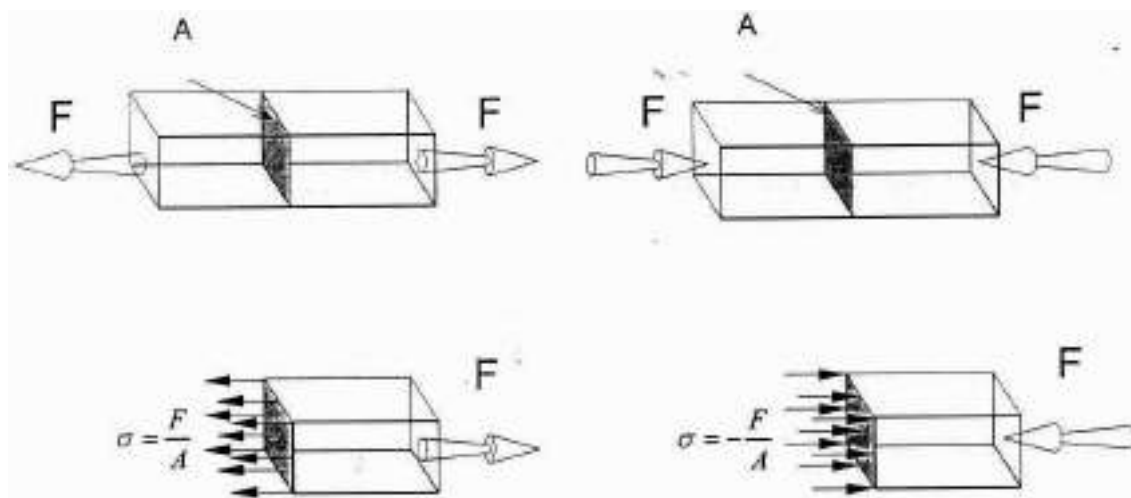


CG
 $x = 108,3 \text{ mm}$
 $y = 105 \text{ mm}$

6.7 TRAÇÃO E COMPRESSÃO SIMPLES

Podemos afirmar que uma peça está submetida a esforços de tração ou compressão simples, quando uma carga normal (axial) F externa, atuar sobre a área de seção transversal da peça vai gerar internamente na peça, em qualquer seção interna da peça (já vimos isso no método das seções) uma força interna F_i de reação a esta força externa F .

Quando a carga atuar no sentido de comprimir a peça, o esforço é de **compressão** (vigas de concreto, pés de mesa etc.). Quando a carga atuar no sentido de alongar a peça, o esforço é de **tração** (eixos, parafusos, correias, cabos, correntes etc.).



EXEMPLO

Dimensionar uma barra de aço ABNT 1020 LQ tracionada com 36kN. Considerar $S_g = 2$.

a) Tensão admissível

σ_e aço ABNT 1020 LQ = 210 MPa

$\sigma_{adm} = \sigma_e / S_g$

$\sigma_{adm} = 210 / 2 = 105 \text{ MPa}$

b) Área

$\sigma = F / A$

$105 = 35000 / A$

$A = 333,3 \text{ mm}^2$

c) Diâmetro

A circunferência = $\pi d^2 / 4$

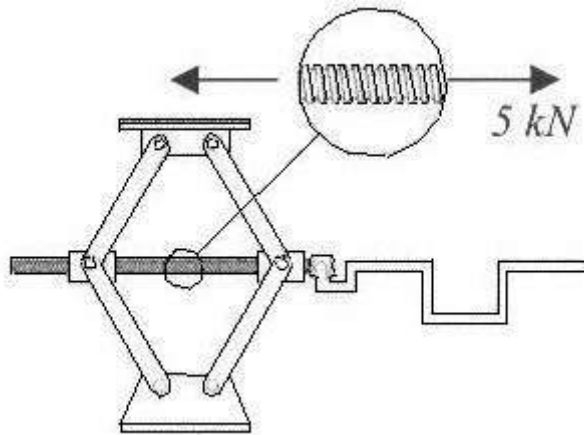
$333,3 = \pi \cdot d^2 / 4$

$d = 20,6 \text{ mm}$ ou $d \geq 21 \text{ mm}$

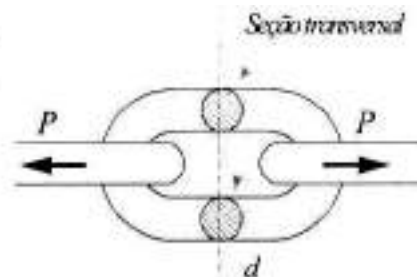


6.8 EXERCÍCIOS

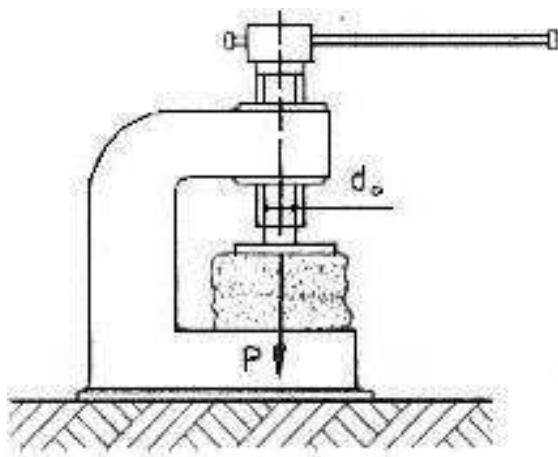
6.8.1 Determinar o diâmetro interno do fuso para o caso abaixo, sendo que este deve ser produzido em aço ABNT 1020 LQ usando um coeficiente de segurança igual a 2.



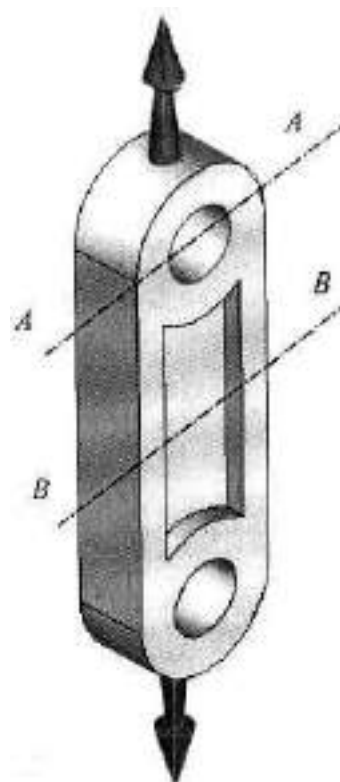
6.8.2 Para o elo da corrente de aço ABNT 1010 LQ representado abaixo, calcule o diâmetro d , considerando carga de tração de 20kN e $S_g = 2$.



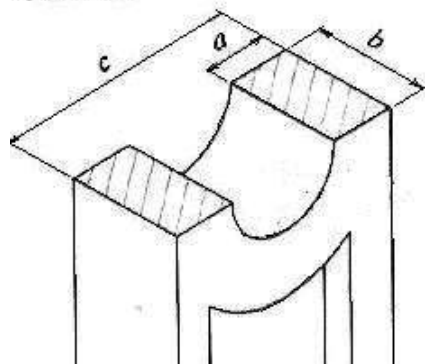
6.8.3 Calcular o diâmetro do parafuso de aço ABNT 1020 LQ no dispositivo abaixo, considerando $P = 20\text{kN}$ e $S_g = 2$.



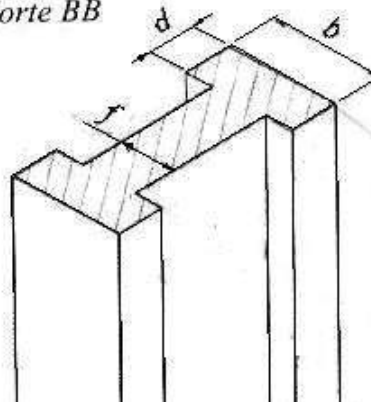
6.8.4 Calcular as dimensões das seções AA e BB da haste de ferro fundido cinzento ASTM 20 apresentada abaixo, na qual será aplicado uma carga de tração equivalente a 50 kN. Considere $a = b/2$, $d = a/2$, $c = 4.a$ e $S_g = 2$.



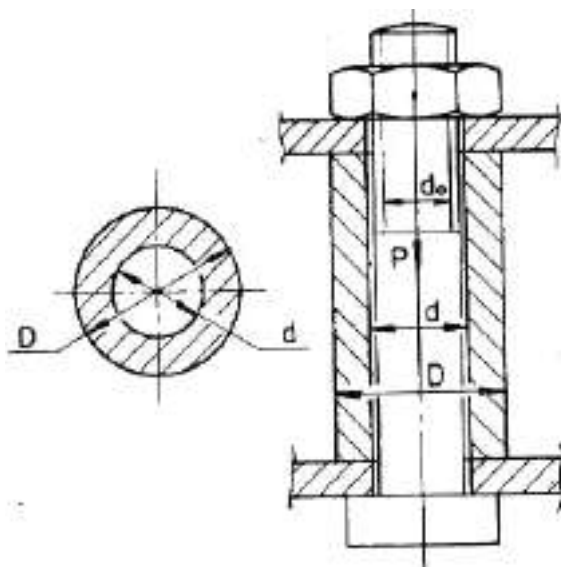
Corte AA



Corte BB



6.8.5 No dispositivo apresentado na figura abaixo, a porca exerce uma carga de aperto equivalente a 20 kN, provocando tração no parafuso de aço ABNT 1030 LQ e compressão na bucha de aço 1010 LQ. Usando um $S_g = 2$, determine os diâmetros d_o , d e D . Altura da rosca = 1,5 mm. Folga parafuso/bucha 1,0 mm.



6.9 Flambagem por Compressão

No dimensionamento de uma barra/coluna em compressão, não basta o cálculo de tensão. Uma falha que pode ocorrer é a flambagem, onde uma barra recebe um carregamento e deflete lateralmente, levando a viga a falhar por tensão de flexão. Quando uma grande ponte rompeu algumas décadas atrás, os peritos descobriram que a falha foi causada pela flambagem de uma placa de aço fina que dobrou sob tensões de compressão.

Após o dimensionamento pela tensão de compressão, deve ser verificada a flambagem. Ela está diretamente ligada ao comprimento do elemento. Quanto maior seu comprimento, menor será o valor da carga crítica (carga a partir do qual o elemento corre o risco de flambar).

Como é um assunto que demanda algum tempo, estamos apenas mencionando, já que há temas mais importantes para estudar.

7. FLEXÃO

Definimos como flexão o esforço que provoca ou tende a provocar curvatura nas peças. O esforço solicitante responsável por este comportamento é chamado de momento fletor, podendo ou não ser acompanhado de esforço cortante e força normal.

A flexão é provavelmente o tipo mais comum de solicitação produzida em componentes de máquinas, os quais atuam como vigas (estrutura linear assentada em um ou mais apoios e que suporta carregamentos normais). Exemplos são engrenagens e chassi de um veículo.

Uma flexão é considerada simples quando a carga(s) aplicada(s) é perpendicular ao eixo da viga, e composta quando não perpendicular. Nesse caso, a carga deve ser decomposta em duas componentes F_x e F_y .



Hipóteses

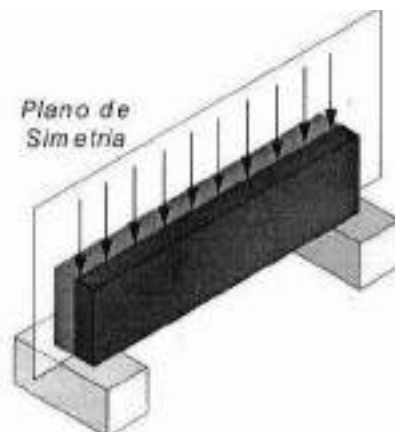
Os modelos de flexão utilizados aqui são considerados a partir de algumas hipóteses, que são simplificações para nossos projetos mecânicos:

SOBRE O CORPO SÓLIDO

- i. O material é considerado homogêneo e isotrópico;
- ii. A viga admite um plano de simetria;
- iii. O corpo é formado por um conjunto de fibras unidas entre si e paralelas ao plano longitudinal;

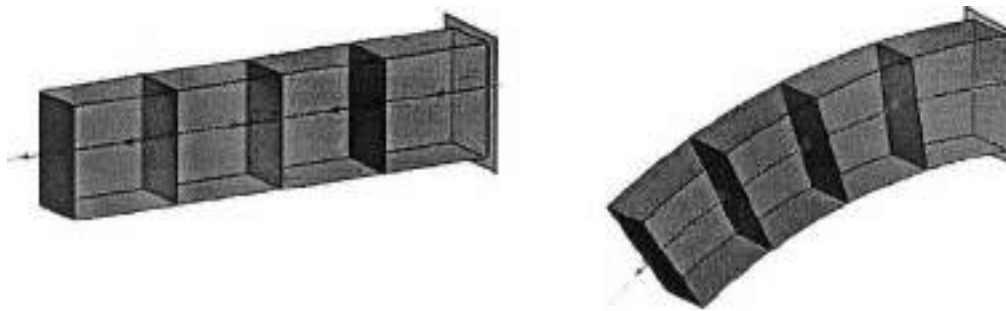
SOBRE AS FORÇAS

- iv. As forças atuam no plano de simetria;
- v. As forças atuantes são perpendiculares ao eixo, portanto trata-se de um problema de flexão simples;

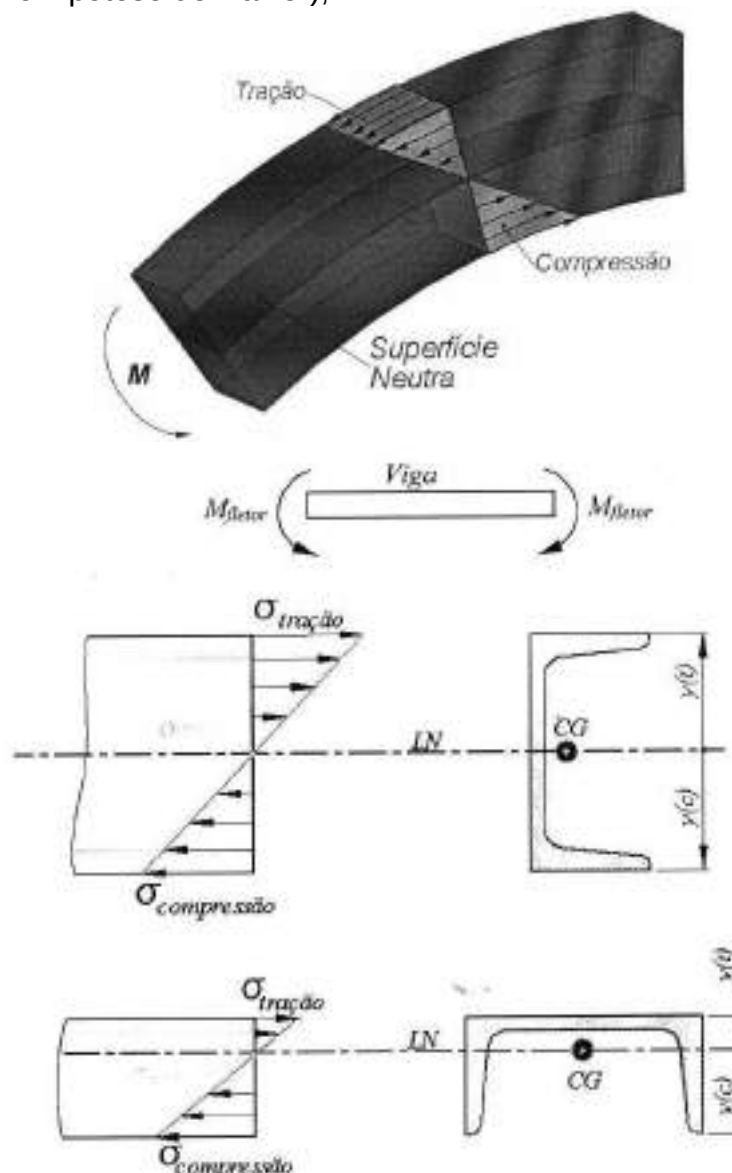


SOBRE AS DEFORMAÇÕES

- vi. Os sólidos sob flexão são elásticos longitudinalmente e rígidos transversalmente (conhecida como hipótese de Bernoulli);

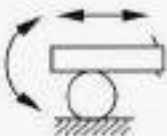
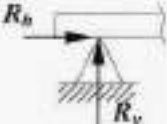
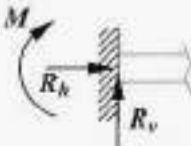


- vii. Sob a ação de cargas de flexão, algumas fibras longitudinais que compõem o corpo sólido são submetidas à tração e outras à compressão, existindo uma superfície intermediária onde a deformação (ϵ) e a tensão (σ) para as fibras nela contidas tornam-se nulas, isto é, não se encurtam e nem se alongam. Esta superfície é chamada de superfície neutra (passa pelo centro de gravidade da seção). A superfície neutra intercepta uma dada seção transversal da barra segundo uma reta chamada linha neutra. Assim, quando mais afastado da linha neutra, maior será a tração/compressão (conhecida como hipótese de Navier);



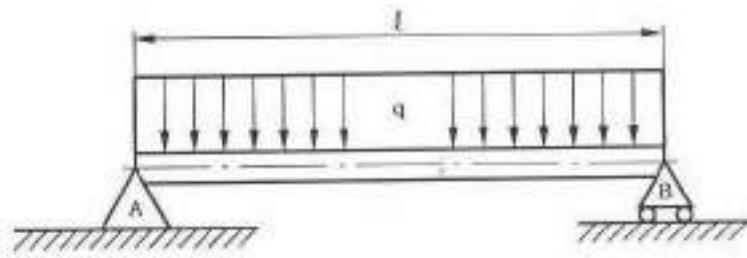
Apoios

São componentes ou partes de uma mesma peça que impedem movimento em uma ou mais direções. Existem três possibilidades de movimento: lateral, vertical e rotação. E as reações nos apoios vão depender justamente do grau de liberdade que cada apoio oferece. Veja tabela abaixo com a classificação dos apoios:

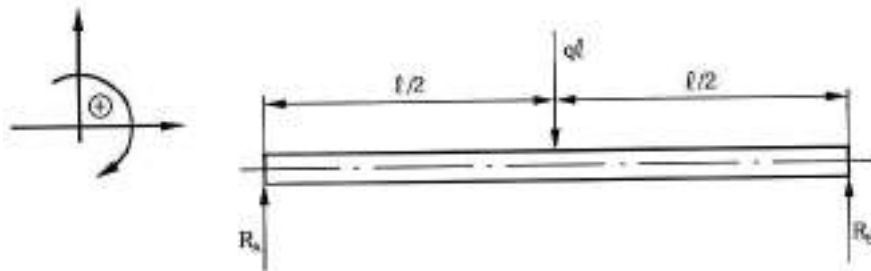
Apoio	Simbologia	Graus de liberdade	REAÇÕES
MÓVEL			
FIXO			
ENGASTE			

Tipos de Carregamentos

Podem ser carregamentos concentrados ou distribuídos. No primeiro caso, a força aplicada a uma parcela desprezível é idealizada e considerada um carregamento concentrado num dado ponto. No segundo caso, a força é aplicada sobre uma porção considerável da viga (ex.: mercadorias empilhadas sobre uma viga). Para fins de cálculo de reações, um carregamento distribuído pode ser substituído por uma resultante, cuja magnitude equivale à área total formada por ele. Essa resultante sempre atua no Centro de Gravidade da superfície que representa a carga distribuída.



Carregamento distribuído



$$\sum M_A = 0$$

$$R_B \ell = q\ell \cdot \frac{\ell}{2}$$

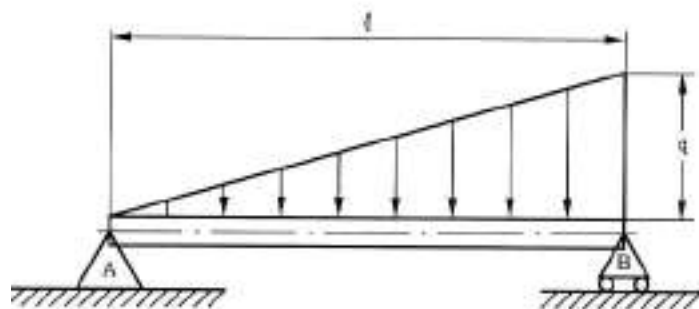
$$R_B = q \frac{\ell}{2}$$

$$\sum M_B = 0$$

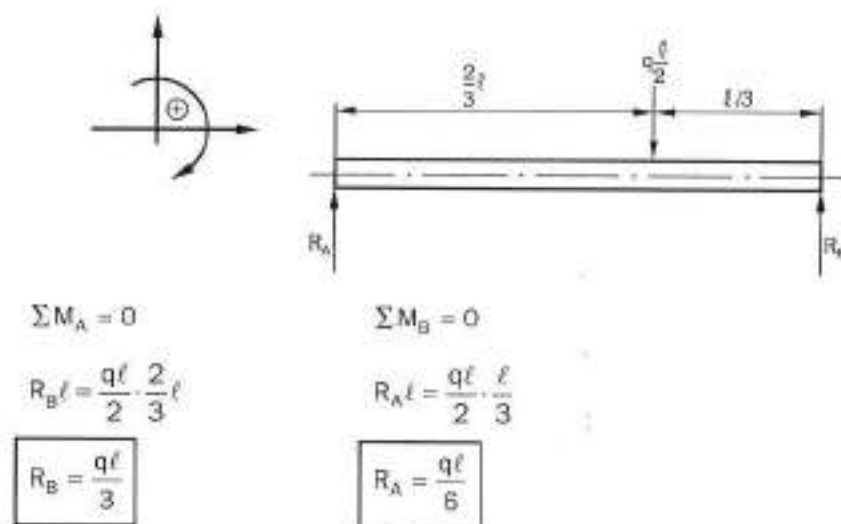
$$R_A \ell - q\ell \cdot \frac{\ell}{2}$$

$$R_A = q \frac{\ell}{2}$$

Resultante e cálculo das reações nos apoios

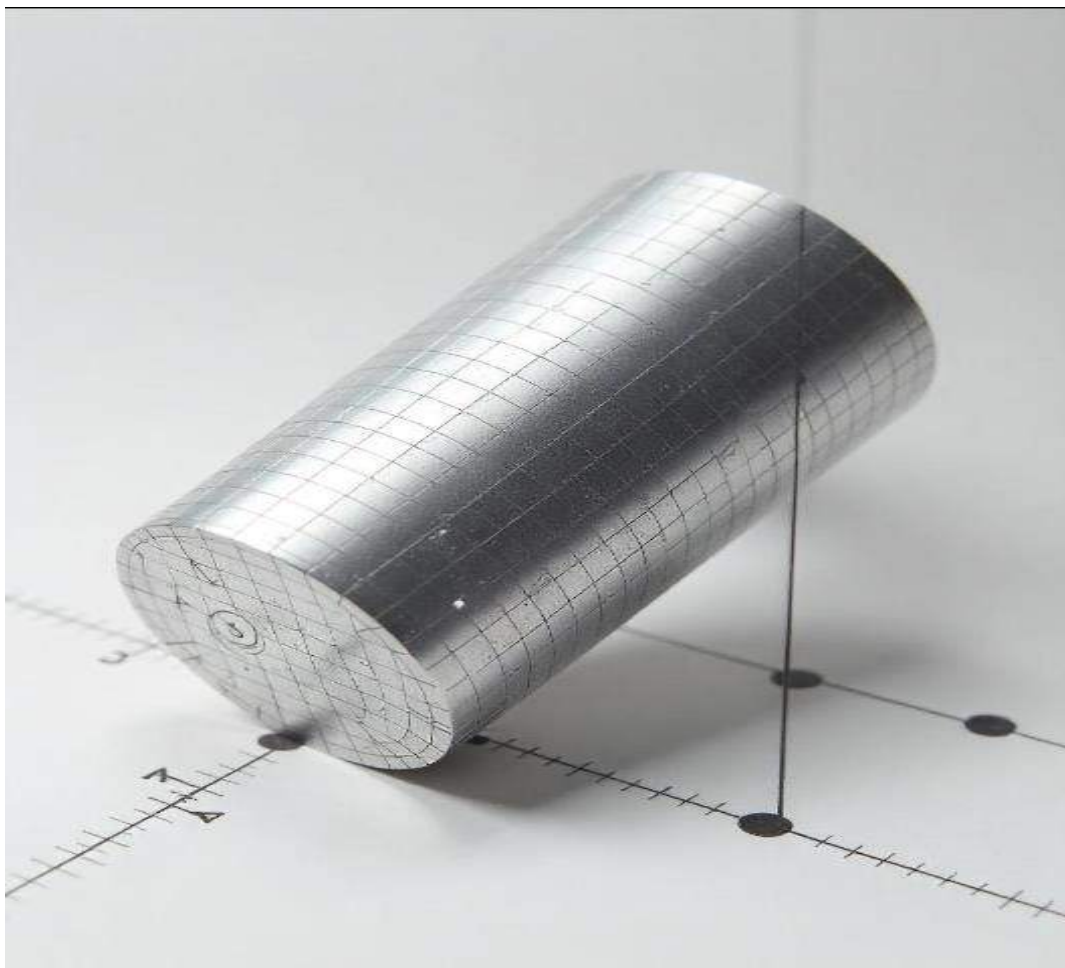


Carga distribuída não uniformemente



Resultante e cálculo das reações nos apoios

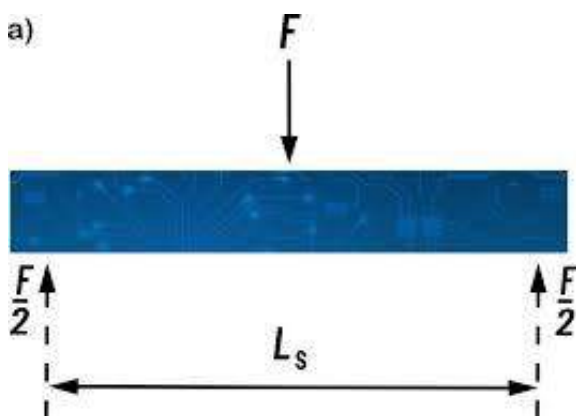
Caso o conceito de **flexão** ainda não esteja totalmente claro, vamos ilustrar melhor esse termo com o auxílio de algumas imagens. Elas ajudarão a visualizar como a flexão atua sobre os materiais, mostrando as deformações que ocorrem quando uma força é aplicada, curvando o corpo de prova.



Com base nessa imagem, vamos detalhar um passo a passo para identificar a flexão em corpos mecânicos. No caso deste corpo de prova (CP), já

identificamos que o eixo Z é o eixo longitudinal, enquanto os eixos X e Y são os eixos laterais.

1. Identifique os eixos: Como vimos, o eixo Z é o maior e corresponde ao eixo longitudinal, enquanto os eixos X e Y são perpendiculares a ele, representando as dimensões laterais.
2. Localize a área de aplicação da força: A flexão ocorre quando uma força é aplicada perpendicularmente ao eixo longitudinal (eixo Z) a qual vai gerar um momento no eixo X ou Y, gerando uma curvatura no corpo.
3. Observe a deformação: A flexão causa uma deformação visível no corpo mecânico, com uma parte sofrendo compressão (lado interno da curva) e outra, alongamento (lado externo da curva).

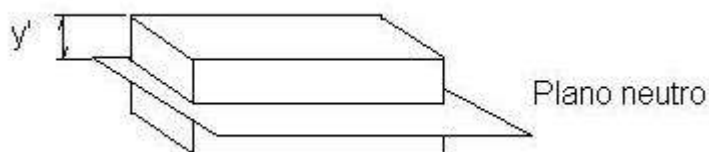


Link da imagem:
<https://biopdi.com.br/artigos/ensaio-de-flexao/>.

Para consolidar esse conhecimento, vamos usar um exemplo. Imagine uma viga representada em um plano bidimensional. Nesse caso, podemos identificar que o **eixo X** é o **plano longitudinal** e o **eixo Y** é o **eixo lateral**. Observamos também uma força F atuando perpendicular ao eixo longitudinal (X), o que gera um **momento** em torno do eixo lateral (Y) e, como resultado, provoca uma **flexão** na viga.

Tensão de Flexão

A tensão de flexão é calculada a partir do máximo momento fletor que atua no corpo, da maior distância a partir da linha neutra e do momento de inércia do perfil. É expressa pela seguinte fórmula:



$$\sigma = \frac{M_f \cdot y'}{I}$$

Onde,

M_f = momento fletor máximo que atua no corpo;

y' = maior distância da fibra neutra;

I = momento de inércia do perfil.

O momento de inércia é uma característica geométrica que fornece uma noção da resistência da peça. Quanto maior for o momento de inércia da seção transversal de uma peça, maior será sua resistência. A tensão assume seu valor máximo na superfície mais distante da linha neutra, ou seja, no maior valor de “y”. O momento de inércia (“J” ou “I”) dependerá de onde a força será aplicada (eixo x ou y em relação ao perfil). Essa relação de momento de inércia e a maior distância da linha neutra é chamado de módulo de flexão (W):

$$W_f = \frac{I}{y'}$$

Então, substituindo a equação, temos a fórmula da flexão:

$$\sigma_F = \frac{M_f}{W_f}$$

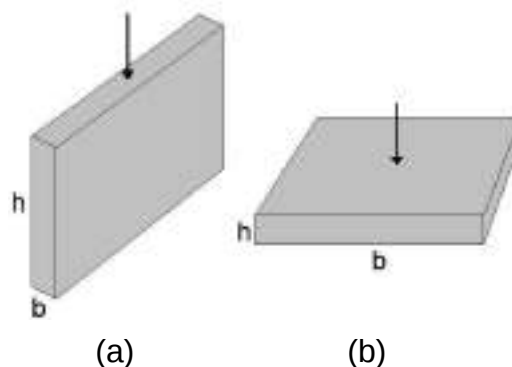
EXEMPLO 6.1

Determinar o módulo de flexão para uma barra de seção retangular sendo: a) 3x8 cm; b) 8x3 cm.

Como o W_f para seção retangular é $b \cdot h^2 / 6$, teremos dois valores distintos para o módulo de flexão:

a) $W_f = 3 \times 8^2 / 6 = 32 \text{ mm}^3$

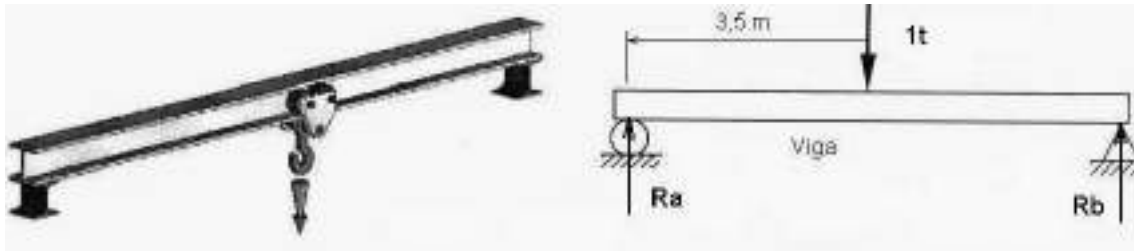
b) $W_f = 8 \times 3^2 / 6 = 12 \text{ mm}^3$



Portanto, mesmo possuindo a mesma área de perfil, a posição de carregamento influenciou, de forma que a posição “a” é três vezes mais resistente que a posição “b”.

EXEMPLO 6.2

Selecione um perfil estrutural tipo “I” (Aço ABNT 1020 LQ) para ser utilizado na ponte rolante ilustrada abaixo, com comprimento equivalente a 7 metros e que deverá suportar uma carga máxima equivalente a 1 toneladas. Para o dimensionamento desta viga, utilize $S_g = 2$. [1 kg = 10 N]



a) Momento fletor máximo:

Conforme tabela 10.6 no fim da apostila, para a situação acima o momento fletor máximo será:

$$M_f = P \times L / 4$$

$$M_f = 10000 \times 7000 / 4 = 17500 \times 10^3 \text{ N.mm}$$

b) Tensão admissível:

$$\sigma_{adm} = \sigma_e / S_g$$

$$\sigma_{adm} = 210 / 2 = 105 \text{ MPa}$$

c) Módulo de flexão:

$$\sigma_{adm} = M_f / W_f$$

$$W_f = (17500 \times 10^3) / 105 = 166 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

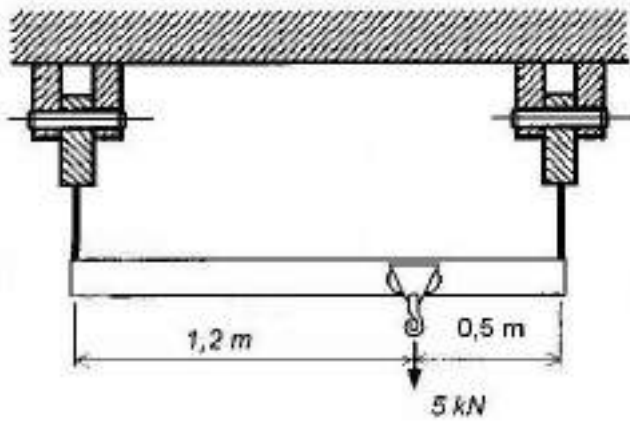
d) Perfil estrutural "I":

Conforme tabela 10.5 no fim da apostila, o perfil "I" para o W_f acima é:

Tamanho nominal: 8", com 27,3 kg/m e $W_x = 236 \text{ cm}^3$

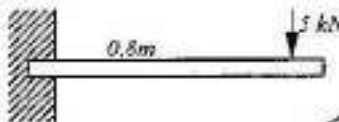
EXERCÍCIOS

7.1 Para a estrutura abaixo, determine as dimensões do perfil comercial "I" de aço ABNT 1030 LQ ($S_g = 3$). Obs.: Perfis comerciais na tabela 10.5 no fim da apostila.

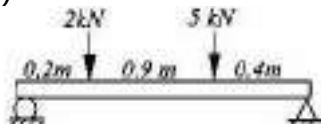


7.2 Para as vigas abaixo, selecione o perfil “U” mais apropriado (Aço ABNT 1020 LQ e $S_g = 2$).

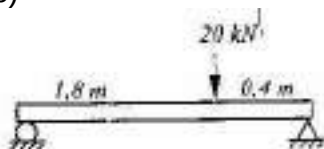
a)



b)



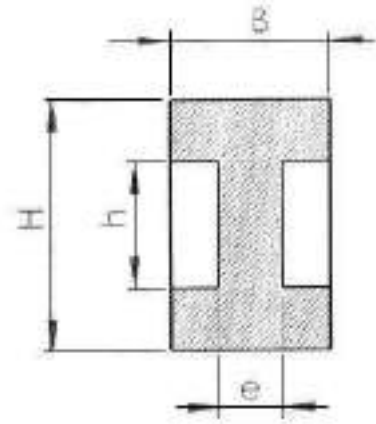
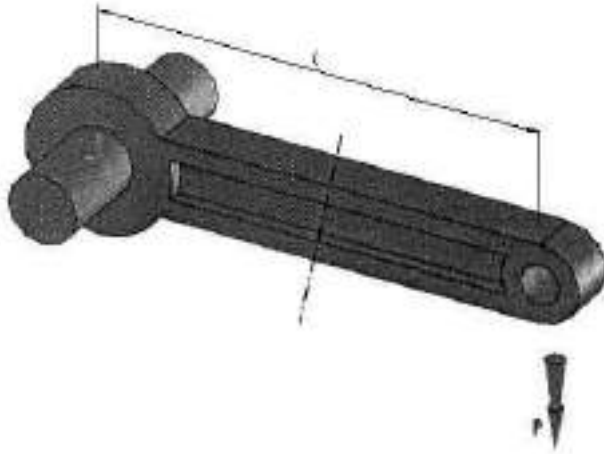
c)



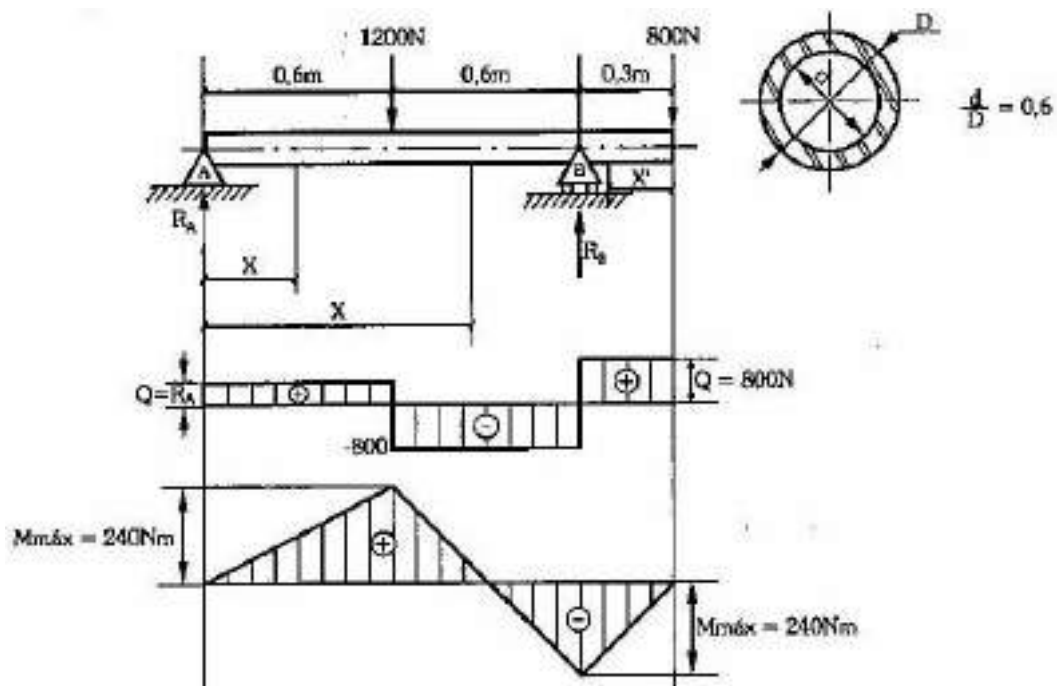
7.3 Determine as dimensões indicadas para a manivela ilustrada abaixo.

- Material: Ferro Fundido Cinzento ASTM 20
- $S_g = 6$
- Carga: $P = 10$ kN
- Comprimento: $L = 70$ cm

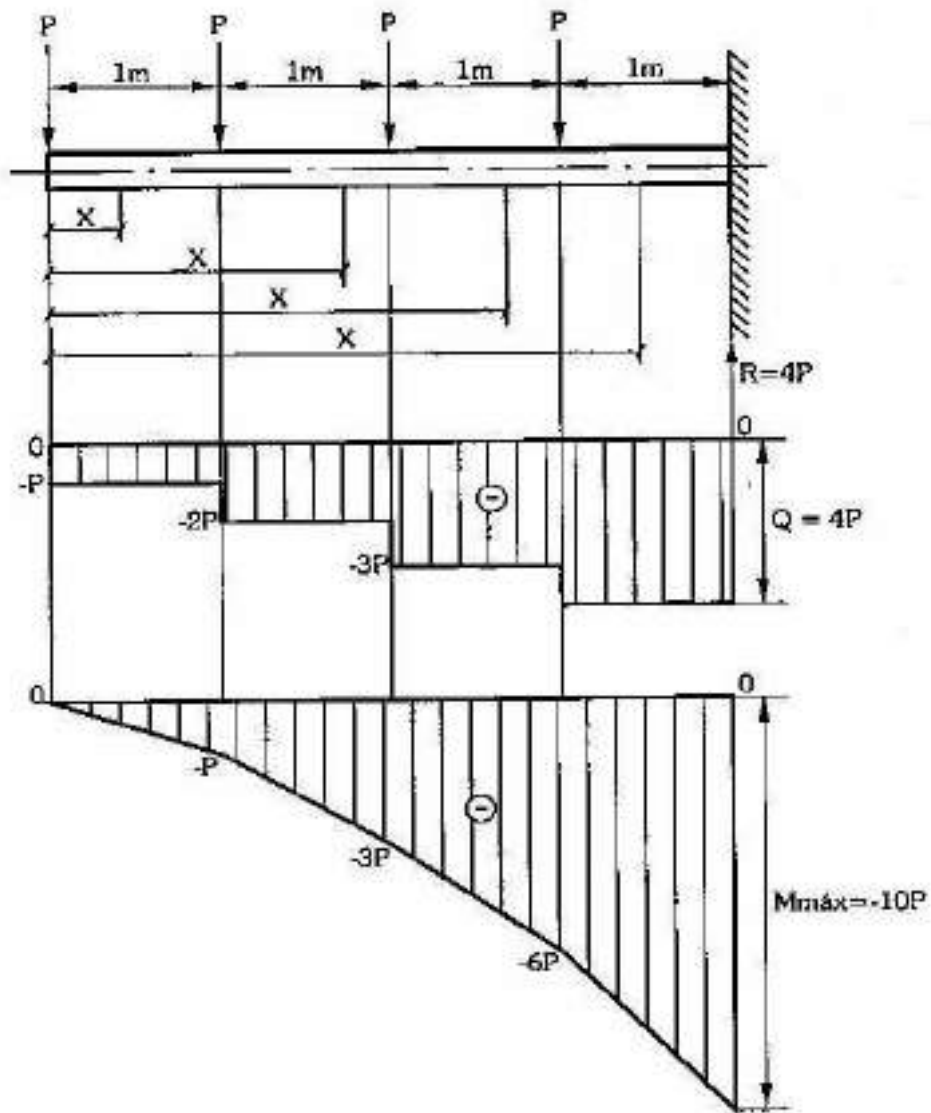
- Proporções:
 $B = 0,5H$
 $h = 0,6H$
 $e = 0,2H$



7.4 Determine a dimensão de D e d sabendo que o material é aço ABNT 1040 LQ e será submetido a carga estática e gradual.

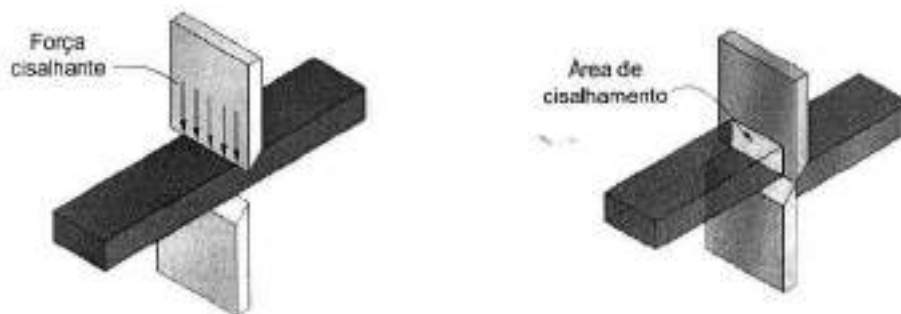


7.5 Determinar o D do perfil semicírculo de aço ABNT 1050 LQ para a situação abaixo, sendo $P = 2t$ numa aplicação de força estática e constante. [1kg=9,8N]



8. CISALHAMENTO SIMPLES (τ)

Um corpo é submetido ao esforço de cisalhamento quando sofre a ação de um carregamento (força cortante) que atua na direção transversal ao seu eixo.



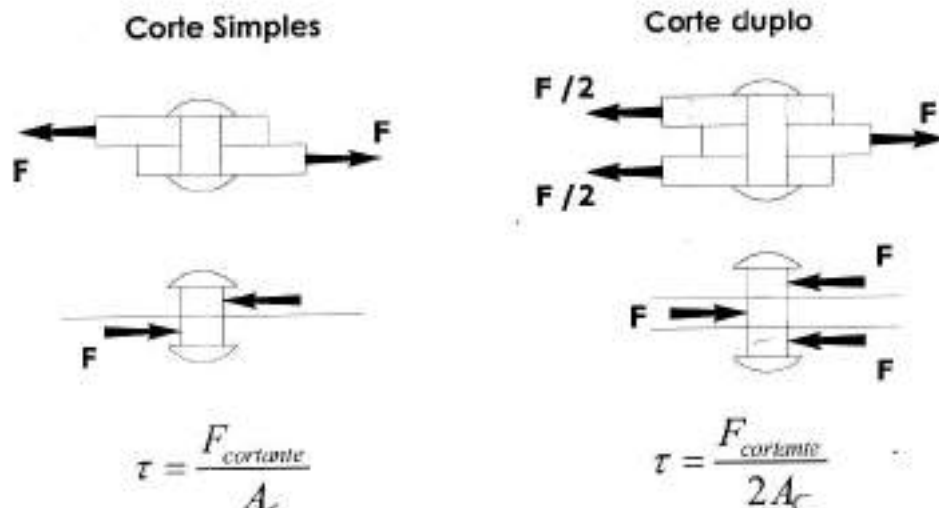
A tensão de cisalhamento τ_i é obtida pela razão entre força cortante externa F a qual gera uma força interna transversal ou tangencial e a área interna de corte (seção transversal).

$$\tau_i = \frac{F_i}{A}$$

As tabelas de propriedades dos materiais geralmente não fornecem os valores das tensões (ruptura ou escoamento) de cisalhamento. Adota-se, portanto, critérios práticos a partir dos dados fornecidos para tração.

	Ruptura	Escoamento
Aço até 0,3% C e Alumínio	$\tau_r = 0,6 \sigma_r$	$\tau_e = 0,6 \sigma_e$
Aço 0,3 - 0,7% C	$\tau_r = 0,75 \sigma_r$	$\tau_e = 0,75 \sigma_e$
Aço > 0,7%	$\tau_r = \sigma_r$	$\tau_e = \sigma_e$
FoFo Cinzento	$\tau_r = (1 - 1,6) \sigma_r$	—
FoFo Maleável	$\tau_r = (0,75 - 1,75) \sigma_r$	—

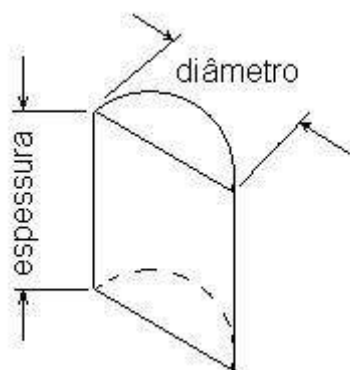
A tensão de cisalhamento ocorre comumente em parafusos, rebites e pinos que ligam diversas partes de máquinas e estruturas. Haverá casos em que o esforço cortante será simples (uma seção apenas) ou duplo (duas seções), como é o caso de um rebite que conecta três chapas.



8.1 Tensão de esmagamento ou de compressão σ_e ou σ_c esm

A condição ideal de cisalhamento ocorre quando as forças cortantes atuam exatamente no mesmo plano. Mas na prática não é isso que ocorre: não atuando no mesmo plano, as forças produzem além do esforço de corte, esforços de esmagamento e flexão. O momento fletor possui baixa intensidade, e por isso, pode ser desprezado. Mas no caso do dimensionamento de juntas rebitadas, parafusadas, pinos, chavetas etc., devemos verificar se a pressão de contato (tensão de esmagamento) está abaixo do limite admissível (tensão de escoamento dividido pelo coeficiente de segurança).

$$\sigma_{\text{esm}} = \frac{F_i}{e \cdot d}$$



Onde,

σ_{esm} = tensão de esmagamento ou de compressão [MPa];

F_i – força interna de esmagamento interna (**em geral** = a do cisalhamento) [N];

e = espessura da chapa [mm];

d = diâmetro do parafuso [mm].

8.2 Distância entre rebite e fim da chapa

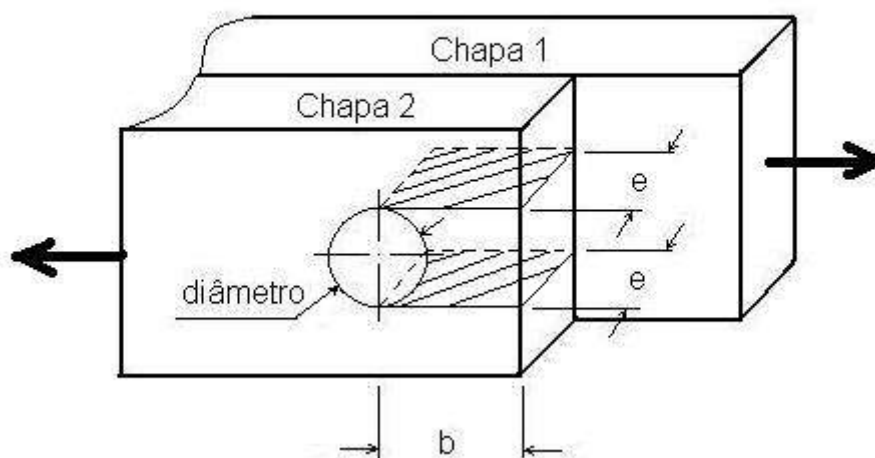
Nas juntas rebitadas, além do diâmetro do rebite, temos que determinar uma distância mínima entre os centros dos rebites e a extremidade da chapa, para que os esforços cisalhantes sejam suportados. Desta forma deve ser satisfeita a condição de que a resistência oferecida pelas duas áreas cisalhadas deve ser no mínimo igual a área de seção transversal do rebite. Como o esforço cortante sobre a chapa é o mesmo sobre o rebite, temos:

$$F_{\text{Rebite}} = F_{\text{Chapa}}$$

$$\tau_{\text{admRebite}} \cdot A_{\text{Rebite}} = \tau_{\text{admChapa}} \times A_{\text{Chapa}}$$

$$\tau_{\text{admRebite}} \cdot (\pi \cdot d^2 / 4) = \tau_{\text{admChapa}} \times 2 \times b \times e$$

$$b = \frac{\tau_{\text{admRebite}}}{\tau_{\text{admChapa}}} \times \frac{\pi d^2}{8e}$$



Onde,

b = distância do centro do rebite à extremidade da chapa [mm];

d = diâmetro do rebite [mm];

e = espessura da chapa [mm];

$\tau_{\text{admRebite}}$ = tensão no rebite (admissível) [MPa];

τ_{admChapa} = tensão na chapa (admissível) [MPa].

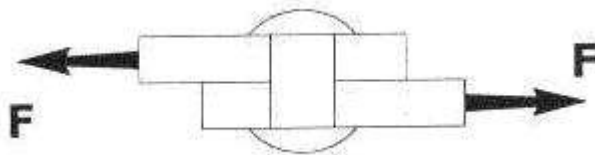
8.2.1 EXEMPLO

8.1 Calcular o diâmetro do rebite para o caso de cisalhamento simples com uma carga $F = 501\text{N}$. O material do rebite e da chapa é aço ABNT 1020 LQ. Considere $S_g = 4$. A seguir, calcule a tensão de esmagamento e a distância mínima do centro do rebite até a extremidade da chapa para ambos os casos. Espessura da chapa = 1,5 mm.

a) Tensão de escoamento por cisalhamento;

$$\tau_e = 0,6 \sigma_e$$

$$\tau_e = 0,6 \cdot 210 = 126 \text{ MPa}$$



b) Tensão admissível;

$$\tau_{adm} = \tau_e / 4 = 31,5 \text{ MPa}$$

c) Área da seção do rebite;

$$\tau_{adm} = F_i / A \quad \text{então a área } A = F_i / \tau_{adm}, \text{ logo,}$$

$$A = 501 / 31,5$$

$$A = 15,9 \text{ mm}^2$$

d) Diâmetro do rebite;

$$15,9 = \pi \cdot d^2 / 4$$

$$d = 4,5 \text{ mm}$$

e) Tensão de esmagamento ou compressão

$$\sigma_{esm} = 501 / 1,5 \cdot 4,5$$

$\sigma_{esm} = 74,22 \text{ Mpa}$ e como a σ_{adm} ($210 / 4 = 52,5 \text{ MPa}$), percebemos um problema ok???

$\sigma_{esm} > \sigma_{adm}$

Como σ_{esm} deu maior que a $\sigma_{adm} = 52,5 \text{ MPa}$, deve-se redimensionar o diâmetro do rebite. Para não perder tempo de cálculo por tentativas ou cálculo iterativo (é fazer várias tentativas de achar um diâmetro adequado), vamos já substituir na fórmula da σ_{esm} pela σ_{adm} , então:

$$52,5 = 501 / 1,5 \times d, \text{ assim isolando } d \text{ temos, } d = 6,36 \text{ mm ou } \mathbf{d \geq 6,5 \text{ mm}}$$

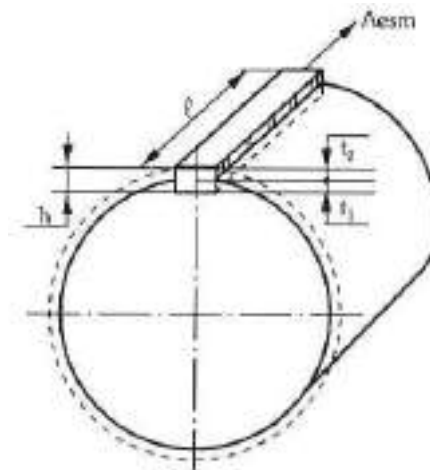
f) Distância mínima **b** do centro do rebite até extremidade da chapa para um $d=6,5 \text{ mm}$, termos:

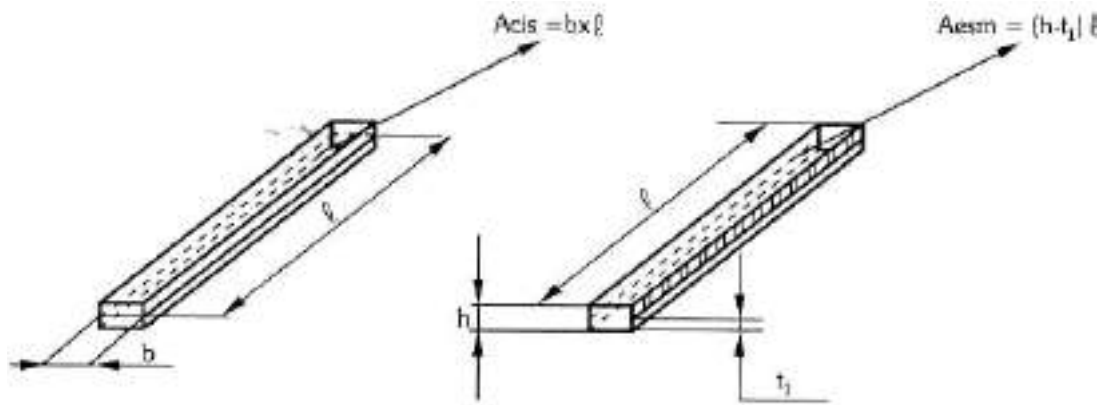
$$b = 1 \times ((\pi \times 6,5^2) / (8 \times 1,5))$$

$$b \geq 11 \text{ mm}$$

8.3 Chavetas

Será calculada da mesma forma que rebites e pinos, com a diferença que sua área não será circular. O primeiro passo é encontrar a força cisalhante, que será torque (momento torçor) dividido pelo raio do eixo. Depois é só aplicar a fórmula de tensão cisalhante utilizando como área o comprimento vezes a largura. Para verificar a tensão de esmagamento, a espessura vezes diâmetro será substituída por comprimento vezes altura menos a profundidade do rasgo (chamada de t_1 , que geralmente é $\pm 60\%$ da altura). Em geral, a chaveta é dimensionada em função do eixo por meio de tabela. Mas é sempre correto verificar se tais dimensões suportam a força cisalhante e a tensão de esmagamento.





8.3 EXEMPLO

Calcular a dimensão da chaveta para uma polia (20 mm largura) num eixo com diâmetro $d = 20$ mm, que transmite um torque de 50 N.m. Considerar Aço ABNT 1020 LQ, $S_g = 2$, sua seção ou área é $b = h$ e $t_1 = 0,6h$. Verificar tensão de esmagamento.

a) Tensão de escoamento por cisalhamento:

$$\tau_e = 0,6 \sigma_e$$

$$\tau_e = 0,6 \times 210 = 126 \text{ MPa}$$

b) Tensão admissível:

$$\tau_{adm} = \tau_e / 2 = 63 \text{ MPa}$$

c) Força cisalhante que atua na chaveta:

Torque T em eixo = Força extremidade do eixo $\times$ o raio r do eixo, logo,

$$T = F \cdot r, \text{ logo}$$

$$F = T / r$$

$$F = 50000 / 10 = 5 \text{ kN}$$

d) Área cisalhante:

$$A = F / \tau_{adm}$$

$$b \cdot 20 = 5000 / 63$$

$$b = 3,97 \sim 4 \text{ mm}$$

e) Tensão de esmagamento:

$$\sigma_{\text{esm}} = F / (h - 0,6h) \cdot \text{comprim chaveta}=20 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\text{esm}} = 5000 / 0,4 \cdot 4 \cdot 20 = 312,5 \text{ MPa}$$

Como $\sigma_{\text{adm}} (210 / 2) = 105 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{esm}} > \sigma_{\text{adm}}$. Então, a chaveta deve ser redimensionada.

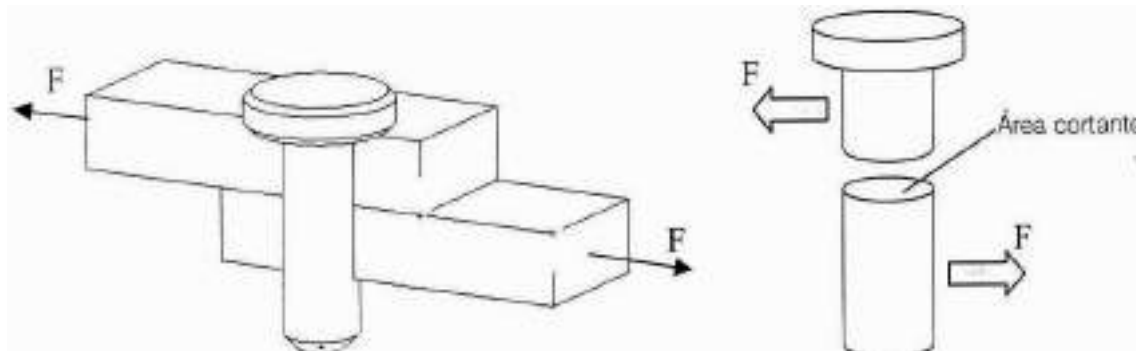
f) Redimensionamento pela tensão de esmagamento:

$$105 = 5000 / (h - 0,6.h) \cdot 20, \text{ onde } \mathbf{h=6mm, logo Resposta final será:}$$

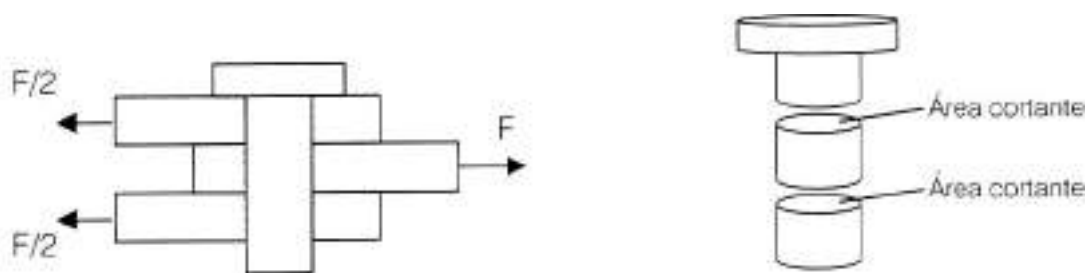
dimensões finais da chaveta é $h=b=6\text{mm}$ e comprimento= 20 mm

8.4 EXERCÍCIOS

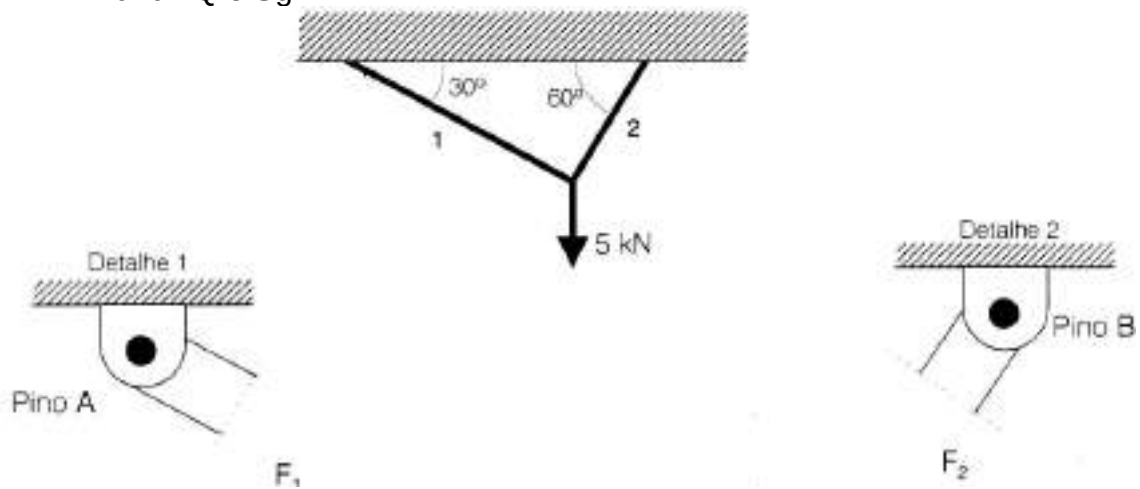
8.4.1 Determinar o diâmetro do pino submetido a força cortante de 1,2 kN, sendo Aço ABNT 1010 LQ e $S_g = 2$.



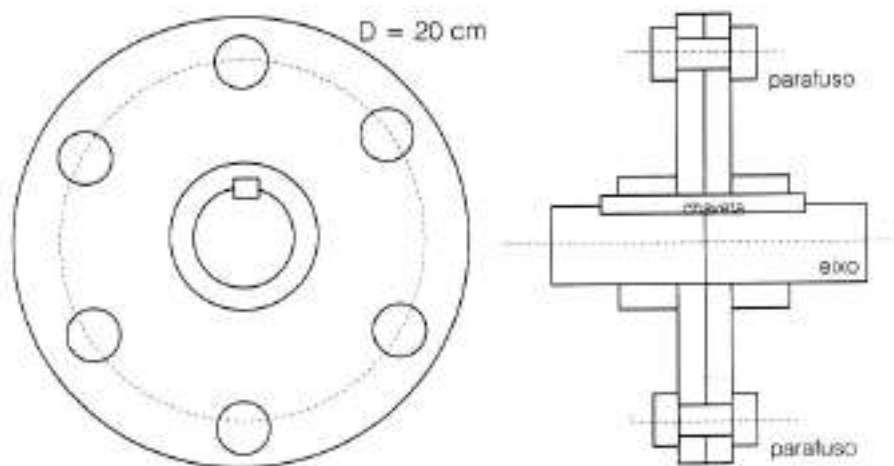
8.4.2 Calcular o diâmetro do pino submetido a corte duplo, por uma carga de 1,2 kN, sendo Aço ABNT 1010 LQ e $S_g = 2$.



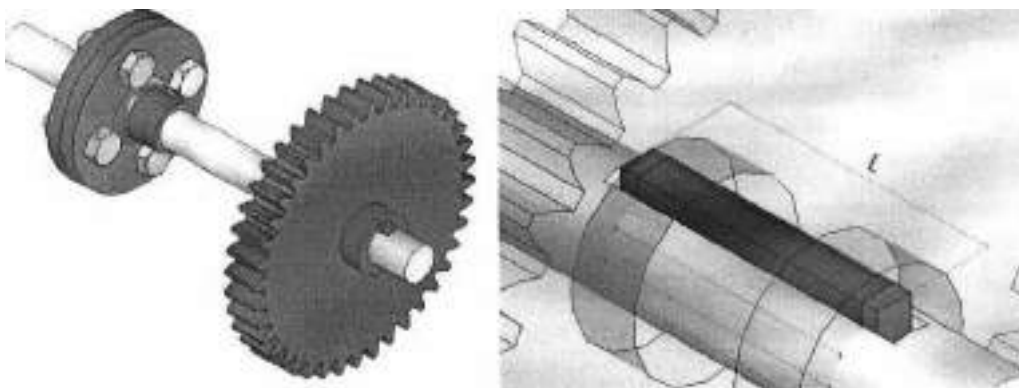
8.4.3 Determine o diâmetro dos pinos A e B (submetidos a corte simples) e determine as dimensões das barras 1 e 2 (perfil retangular $b = 2.h$), sendo Aço ABNT 1020 LQ e $S_g = 4$.



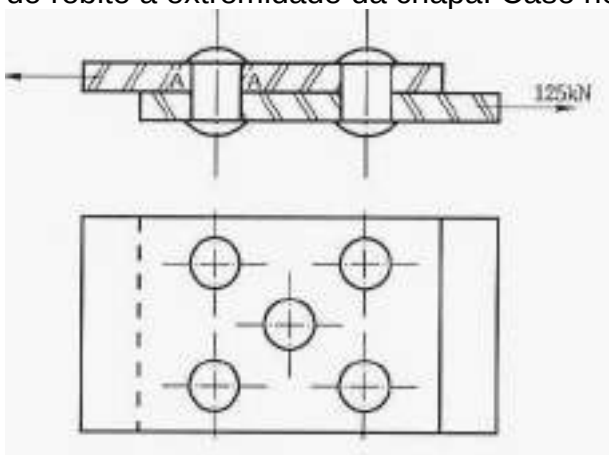
8.4.4 Calcular o diâmetro dos parafusos e a largura da chaveta (comprimento = 3 cm) para um torque de transmissão de 120 N.m. Considerar aço ABNT 1020 e $S_g = 2$ para parafuso e $S_g = 4$ para chaveta. Obs.: A força cortante será $F = \text{Torque} / \text{Raio}$, onde raio parafuso = 10 cm e raio chaveta = 3 cm.



8.4.5 Uma engrenagem transmite um torque de 400 N.m. No mesmo eixo da engrenagem há uma luva de acoplamento para um motor elétrico com 4 parafusos cujos centros estão distantes 6 cm do eixo. O eixo possui diâmetro = 50 mm. Calcular a largura da chaveta (comprimento = 6 cm) e o diâmetro dos parafusos, considerando aço ABNT 1020 LQ e $S_g = 3$. Posteriormente, calcular tensão de esmagamento para os parafusos (espessura da luva = 12 mm) e chaveta (sendo altura = 1,4 vezes a largura e $t_1 = 60\%$ da altura). Caso a tensão de esmagamento seja superior, redimensione os elementos.



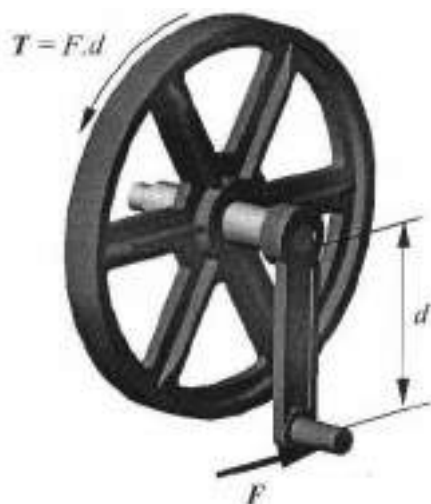
8.4.6 Projetar a junta rebitada para que suporte uma carga de 125 kN. A junta deverá ter 5 rebites de aço ABNT 1040, $S_g = 2$ e espessura da chapa = 8 mm. Deve ser calculada também a tensão de esmagamento e a distância do centro do rebite à extremidade da chapa. Caso necessário, redimensione os rebites.



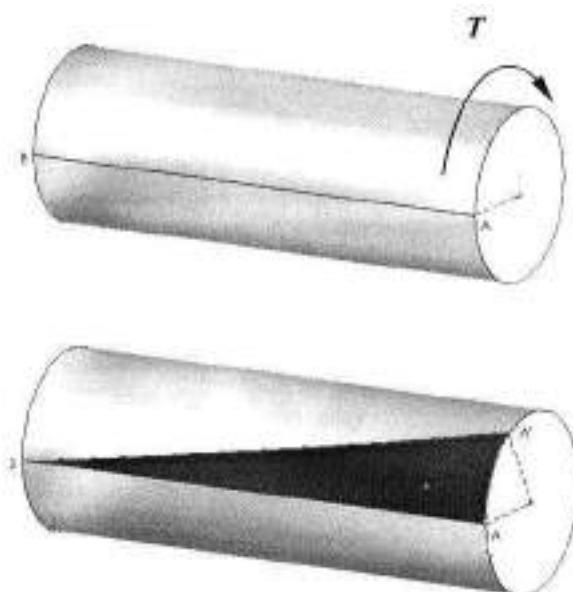
9. TORÇÃO

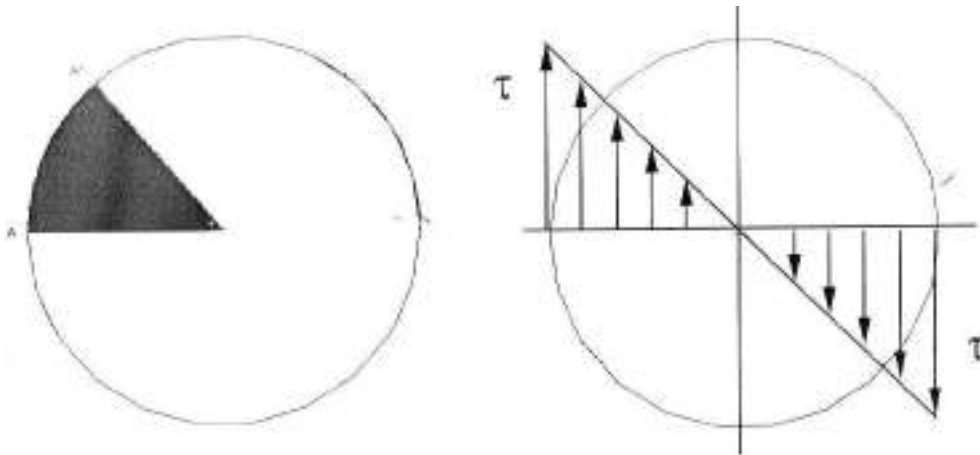
O comportamento das peças quando submetidas a um momento de torção (ou torque) em relação ao seu eixo longitudinal, tende a produzir rotação ou torção. Esta ação de torcer é resistida pelo material, através de forças internas de cisalhamento, desta forma, o corpo está submetido a uma sollicitação de torção. A condição de equilíbrio exige que a peça produza um momento interno igual e oposto ao aplicado externamente. A região da peça que fica localizada

entre estes dois planos está submetida a torção. Exemplos de peças submetidas a torção são: eixo de caminhões, eixo de motores elétricos, brocas etc.



A hipótese de torção considera que a deformação longitudinal, num eixo engastado numa extremidade e submetido a torque em outra, apresenta um campo de deformação que será máximo: longitudinalmente no ponto de aplicação do torque; transversalmente no ponto mais distante do centro.





A tensão de torção é dada pela mesma expressão da flexão:

$$\tau = \frac{T}{W_t}$$

Onde,

τ = tensão de torção [MPa];

T = torque, também conhecido por momento torçor [N.mm];

W_t = módulo de torção (mm²).

O módulo de torção depende da forma geométrica da peça, mas é diferente do módulo de flexão. A forma geométrica mais comum em torção é peças com seção circular.

Para eixos com seção transversal cheia, diâmetro D, temos $W_t = \pi \cdot D^3 / 16$, então a tensão de torção se dará por:

$$\tau_{adm} = \frac{16 T}{\pi \cdot D^3}$$

Para eixos com seção transversal vazada, temos $W_t = \pi \cdot (D^4 - d^4) / 16 \cdot D$, então a tensão de torção se dará por:

$$\tau_{adm} = \frac{16 T D}{\pi \cdot (D^4 - d^4)}$$

Onde,

τ_{adm} = tensão de torção admissível [MPa];

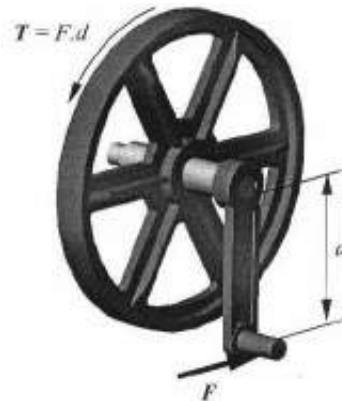
T = torque (momento torçor) [N.mm];

D = diâmetro externo [mm];

d = diâmetro interno [mm];

EXEMPLO 9.1

Um chaveiro quer construir um esmeril com acionamento manual conforme o desenho abaixo. Calcule o diâmetro do eixo para suportar uma força aplicada na manivela de 5 kgf, sendo $r = 30$ cm. Considerar aço ABNT 1010 LQ e $S_g = 2$. [1 kgf = 9,8 N]



a) Calcular τ_e :

$$\tau_e = \sigma_e \cdot 0,6 = 108 \text{ MPa.}$$

b) Calcular τ_{adm} :

$$\tau_{adm} = 108 / 2 = 54 \text{ MPa}$$

c) Calcular torque (momento torçor):

$$T = (5 \cdot 9,8) \cdot 300 = 14,7 \times 10^3 \text{ N.mm}$$

d) Calcular diâmetro do eixo:

$$54 = 16 \cdot 14,7 \times 10^3 / \pi \cdot D^3$$

$$D = 11,15 \text{ mm}$$

Potência

Potência é a realização de um trabalho na unidade de tempo. Existem muitos dimensionamentos de eixos que dependem da potência e da rotação de motores. A maioria das máquinas utilizam unidades de potência, como Cavalo Vapor (cv) e Horse Power (hp), que possuem valor quase semelhantes. Como o torque depende da rotação e da potência, então temos a seguinte relação:

$$1 \text{ cv [kgf} \cdot \text{m / min]} = 2 \cdot \pi \cdot n \text{ [rpm]}. T$$

Então, podemos formular que:

$$T = \frac{716,2 \cdot \text{cv}}{n}$$

Onde,

T = torque [kgf. m]

cv = cavalo-vapor

n = rotação por minuto [rpm]

A unidade de potência pode vir também em Watts (1 cv = 735,5 W, 1 hp = 745,6 W), e a unidade de rotação pode vir também em Hertz, que é a unidade de ciclo por segundo (60 rpm = 1 Hz). Caso não deseje converter as unidades, é possível usar a seguinte fórmula:

$$T = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

Onde,

T = torque [N. m]

p = potência [Watts]

f = frequência [Hertz]

Observação: A diferença entre um eixo e um eixo-árvore é que o primeiro funciona parado, apenas suportando cargas, enquanto o segundo gira, sendo um elemento de transmissão.

EXEMPLO 9.2

Um eixo árvore (diâmetro = 100 mm) de uma máquina transmite a força de um motor com 70 cv e frequência de 2 Hz. Calcule a força máxima cortante que o eixo sofrerá.

a) Conversão de potência:

$$p = 735,5 \cdot 70 = 51485 \text{ W}$$

b) Cálculo do torque:

$$T = 51485 / 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4097 \text{ N.m}$$

c) Cálculo a força máxima cortante (que ocorrerá no local mais distante do centro, ou seja, $F = T / \text{distância}$):

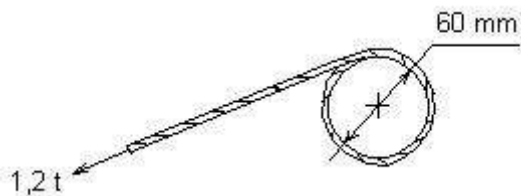
$$F = 4097 / 0,05 = 81940 \text{ N}$$

EXERCÍCIOS

9.1 Dimensionar um eixo árvore (Aço ABNT 1030 LQ, $S_g = 2$) submetido a um torque de 150 N.m, para os casos de seção cheia e vazada ($d = 0,7 \cdot D$).

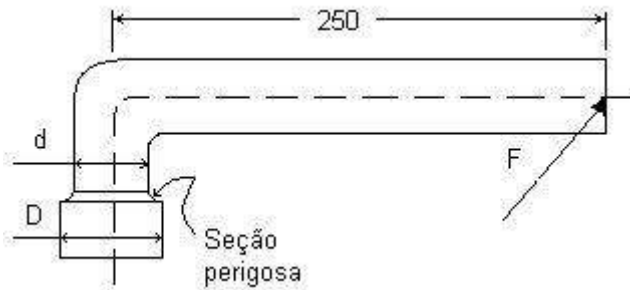
9.2 O motor de um kart tem potência de 4 cv e rotação máxima de 1000 rpm. Determine o material do eixo ($D = 15 \text{ mm}$) que transmite força às rodas, considerando um $S_g = 3$. [$1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$].

9.3 Um caminhão reboque, para levar um veículo, desse a prancha e puxa o veículo com um cabo que é tracionado por um eixo em movimento. Sabendo que o veículo possui 1,2 t, e o eixo possui 60 mm de diâmetro, determine o material do eixo mais adequado. Considerar $S_g = 2$. [$1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N}$].



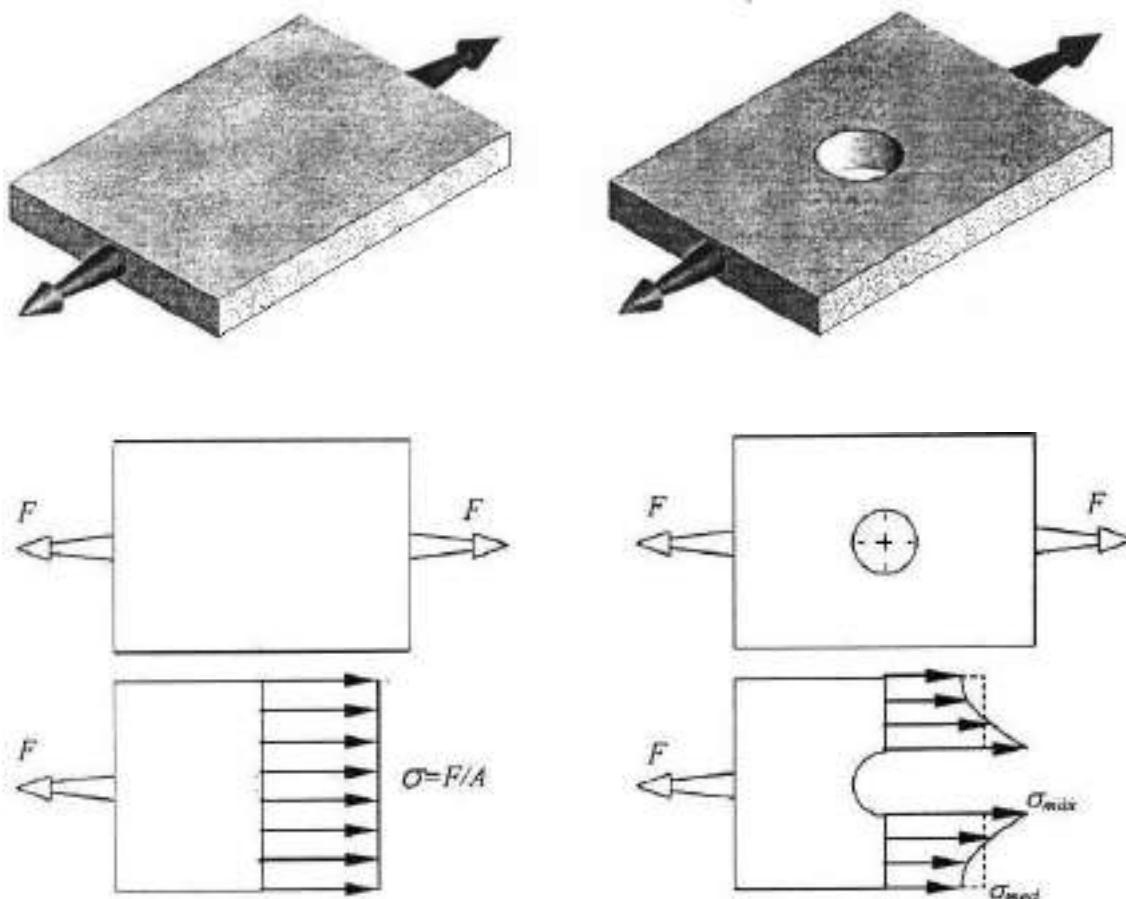
9.4 Uma chave tipo soquete possui uma haste de 250 mm. Sabendo que a força máxima a ser aplicada na haste é de 20 kgf, dimensionar a haste d para que suporte a carga aplicada. A redução de seção deverá ser considerada. Os valores são: Aço ABNT 1030 LQ; $S_g = 3$; $r = 0,1.d$; $D = 1,2.d$. [1 kgf = 9,8 N]

Obs.: A tensão terá que ser multiplicada pelo fator de forma.



10. CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES NA TRAÇÃO

Todo componente estrutural que apresente descontinuidades, como furos ou variação brusca de seção, quando solicitados, desenvolvem tensões maiores na região de descontinuidade do que a tensão média ao longo da peça. Veja o que ocorre com a distribuição de tensão numa peça que foi furada:



No dimensionamento de componentes com estas características, a tensão máxima ($\sigma_{\max}$) deve ser considerada para o cálculo da tensão admissível ao invés da tensão média (F/A). A tensão máxima é determinada multiplicando-se a tensão média pelo coeficiente de concentração de tensão (K_t , também conhecido como fator de forma).

$$\sigma_{\max} = K_t \cdot \sigma_{\text{med}}$$

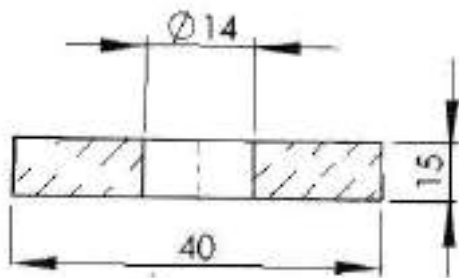
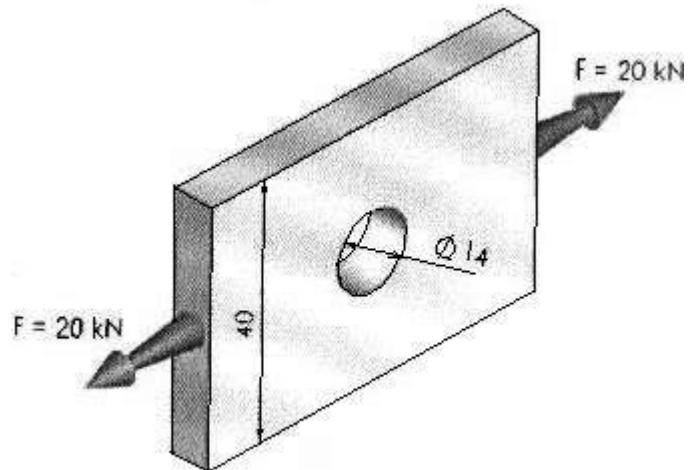
Para cada caso particular de descontinuidade geométrica há um valor de K_t . Alguns valores de K_t podem ser encontrados na tabela 10.3 do fim da apostila.

EXEMPLO 10.1

Calcular a tensão máxima produzida no entalhe representado pelo furo de diâmetro $\varnothing = 14$ mm, sendo a carga de tração $P = 20$ kN. (Perfil 40x15 mm).

a) Área crítica (seção do perfil com menor área);

$$A = (40 - 14) \cdot 15 = 390 \text{ mm}^2$$

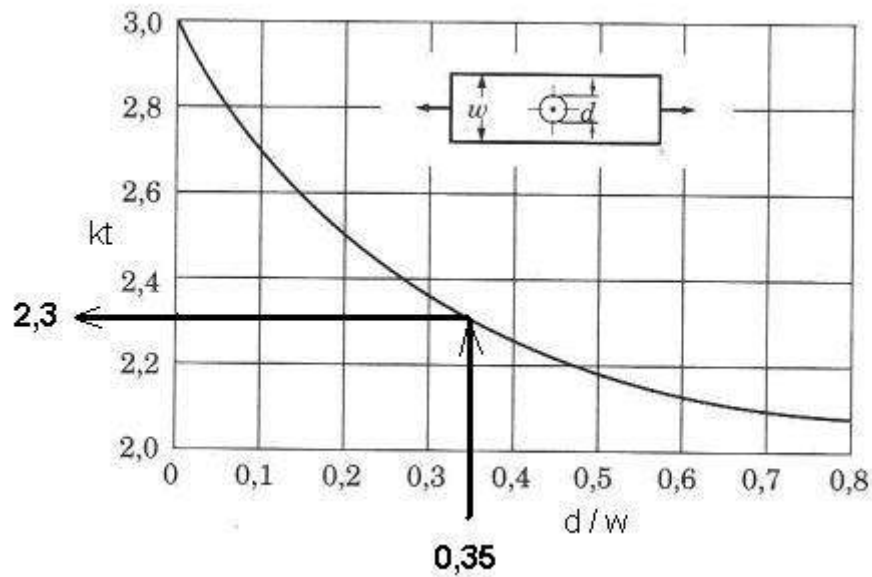


b) Tensão média:

$$\sigma_{\text{med}} = 20000 / 390$$

$$\sigma_{\text{med}} = 51,3 \text{ MPa}$$

c) Fator de forma (K_t):



$d / w = 14 / 40 = 0,35$
de acordo com a tabela, $K_t = 2,3$

d) Determinar tensão máxima:

$$\sigma_{\text{Max}} = K_t \cdot \sigma_{\text{med}} = 2,3 \cdot 51,3 = 118 \text{ MPa}$$



A presença do furo na chapa provocou uma tensão 2,3 vezes maior que a tensão média.

EXEMPLO 10.2

Selecionar o material indicado para a peça apresentada abaixo, submetida a carga de tração de 120 kN. As dimensões indicadas são:

$r = 5 \text{ mm}$
 $e = 15 \text{ mm}$
 $d = 50 \text{ mm}$
 $D = 60 \text{ mm}$

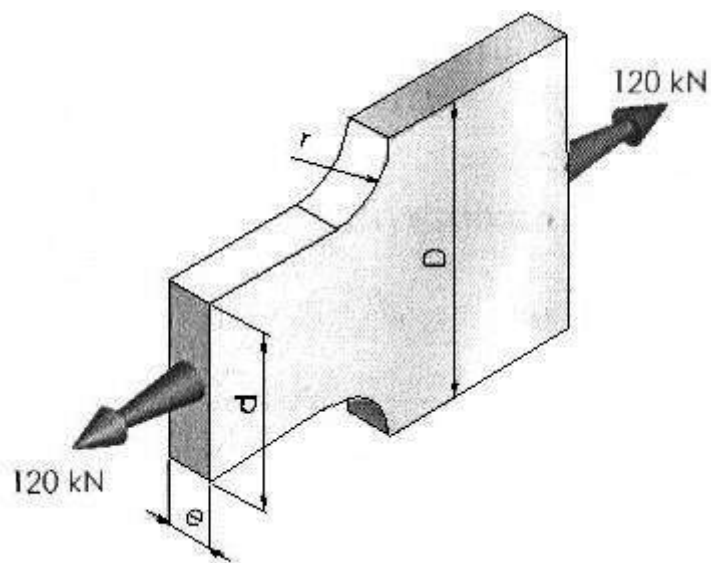
a) Área crítica:

$$A = 50 \cdot 15 = 750 \text{ mm}^2$$

b) Tensão média:

$$\sigma_{\text{med}} = 120000 / 750$$

$$\sigma_{\text{med}} = 160 \text{ MPa}$$



c) Fator de forma (K_t):

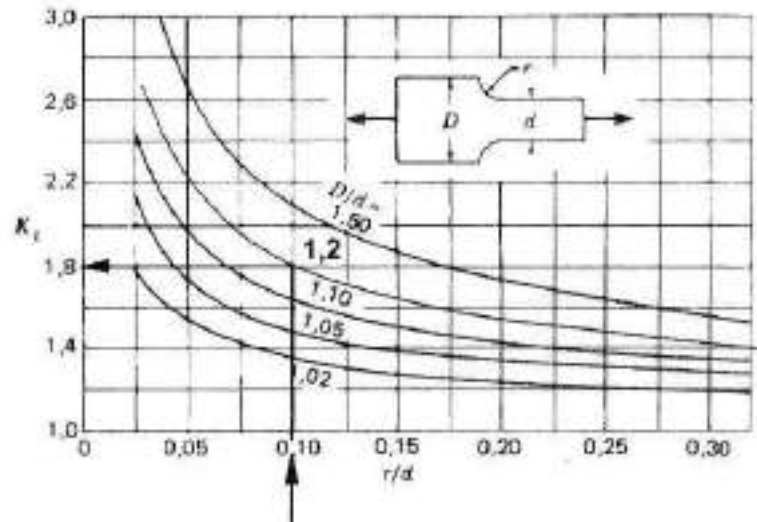
$$r/d = 5/50 = 0,1$$

$$D/d = 60/50 = 1,2$$

De acordo com a tabela,
 $K_t = 1,8$

d) Tensão máxima:

$$\sigma_{\text{Max}} = 1,8 \cdot 160 = 288 \text{ MPa}$$



e) Coeficiente de segurança:

Considerando carga estática aplicada constantemente, segundo a tabela 10.2 no final da apostila,

$$A = 1,2 \quad B = 1 \quad C = 1 \quad D = 1,5$$

$$S_g = 1,2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,5 = 1,8$$

f) Tensão limite:

A tensão limite será a tensão máxima vezes o S_g .

$$\sigma_{\text{lim}} = 288 \cdot 1,8 = 518,4 \text{ MPa}$$

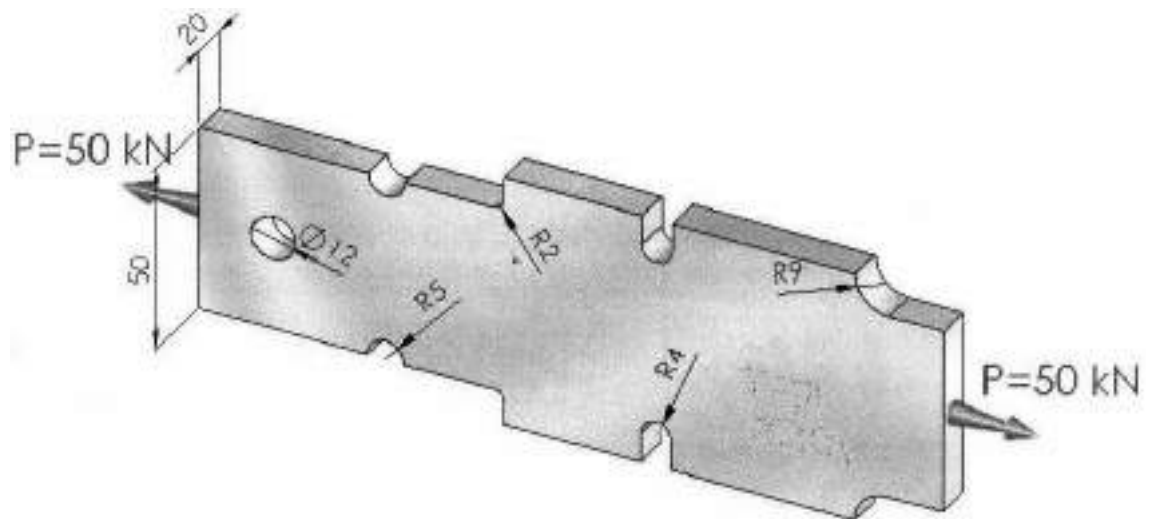
g) Material (ver página 67):

O material deve possuir uma tensão de escoamento igual ou maior que 518,4 MPa.

Conforme a tabela no fim da apostila: Aço ABNT 1050 TR

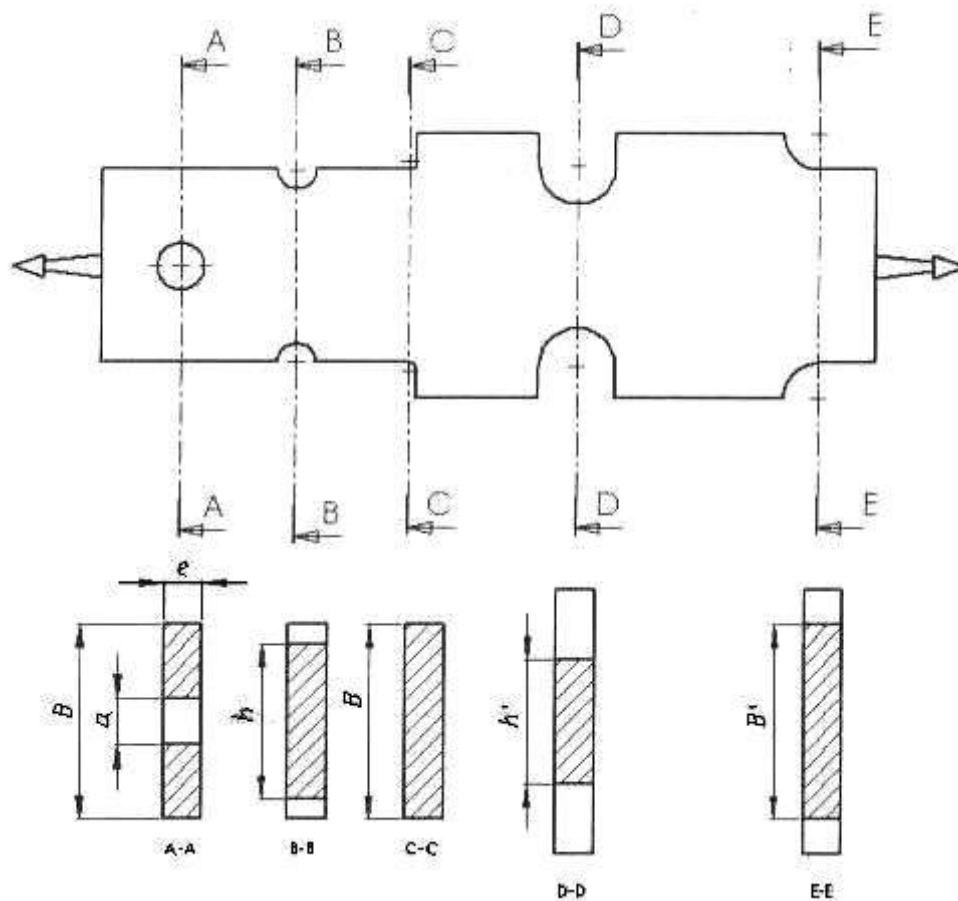
EXERCÍCIO

10.1 Calcular as tensões máximas nos entalhes indicados nos cortes AA, BB, CC, DD e EE, conforme figura abaixo, e indicar qual o material com melhor segurança x menor σ_e para sua fabricação.



Dimensões:

$B = 50\text{ mm}$; $a = 12\text{ mm}$; $e = 20\text{ mm}$; $h = 40\text{ mm}$; $h' = 52\text{ mm}$; $B' = 68\text{ mm}$



Aqui faremos alguns exercícios voltados um pouco para o dia a dia do técnico, o objetivo dessas questões é estimular a prática do uso das fórmulas e análise de tabelas técnicas com as informações das variáveis dos materiais.

Questão 1

Contexto: Em uma situação em que uma barra de aço é tracionada, é necessário calcular a tensão normal.

Pergunta: Uma barra de aço com diâmetro de 50 mm é tracionada por uma força de 36 kN. Qual é a tensão normal atuante na barra?

Resposta: A tensão normal é 18,33 MPa.

Questão 2

Contexto: Na prática industrial, é comum calcular o momento fletor em vigas submetidas a cargas.

Pergunta: Qual o módulo de flexão para uma barra de seção retangular 3x8 cm, considerando uma flexão simples?

Resposta: O módulo de flexão é 32 cm³.

Questão 3

Contexto: A flambagem pode ocorrer em barras submetidas a compressão, sendo necessário calcular a tensão crítica.

Pergunta: Uma barra com comprimento de 2 metros está submetida a uma carga de compressão. Como evitar a flambagem em uma barra longa?

Resposta: Deve-se verificar a tensão de compressão e aplicar a equação de flambagem para garantir que a carga crítica não seja ultrapassada.

Questão 4

Contexto: Parafusos são usados amplamente para suportar cargas de tração e compressão.



Pergunta: Qual o diâmetro mínimo de um parafuso de aço ABNT 1020 que suporta uma carga de tração de 20 kN com coeficiente de segurança 2?

Resposta: O diâmetro mínimo do parafuso é 21 mm.

Questão 5

Contexto: Parafusos são usados em muitas montagens industriais, sendo necessário

garantir que eles suportem adequadamente as cargas.

Pergunta: Qual é o diâmetro mínimo de um parafuso de aço ABNT 1020 que deve suportar um torque de 40 N·m, considerando que a força de aperto aplicada é de 200 N?

Resposta: O diâmetro mínimo do parafuso é 8 mm.

Questão 6

Contexto: Na indústria automobilística, as forças atuantes em componentes críticos como eixos de transmissão são importantes para garantir a segurança.



Pergunta: Um eixo de um veículo esportivo deve transmitir um torque de 250 N·m. Qual deve ser o diâmetro do eixo, considerando que o material do eixo tem uma tensão de escoamento de 300 MPa e o coeficiente de segurança é 2?

Resposta: O diâmetro do eixo deve ser de 28,7 mm.

Questão 7

Contexto: Em um sistema de suspensão automotiva, os parafusos são críticos para garantir a integridade do conjunto.



Pergunta: Um parafuso de aço ABNT 1030 utilizado no sistema de suspensão de um carro esportivo está sujeito a uma carga de tração de 15 kN. Qual o diâmetro necessário desse parafuso, considerando um coeficiente de segurança de 3?

Resposta: O diâmetro necessário do parafuso é 14 mm.

Questão 8- Alavancas e Momentos

Contexto: Em manutenções industriais, muitas vezes é necessário utilizar alavancas para erguer cargas pesadas.



Pergunta: Uma alavanca de 2 metros é usada para erguer uma carga de 400 N. Se o ponto de aplicação da força está a 0,5 metros do eixo, qual é a força mínima que precisa ser aplicada na outra extremidade da alavanca para levantar a carga?

Resposta: A força mínima necessária é 100 N.

Questão 9 - Cisalhamento em Pinos

Contexto: Pinos são utilizados em diversas junções mecânicas e precisam ser dimensionados para resistir ao cisalhamento.



Pergunta: Um pino de aço ABNT 1020 com diâmetro de 10 mm é submetido a uma carga cortante de 15 kN. Qual é a tensão de cisalhamento no pino?

Resposta: A tensão de cisalhamento no pino é 191 MPa.

Questão 10- Tração em Cabos

Contexto: Em guindastes e equipamentos de elevação, os cabos de aço são submetidos a esforços de tração e precisam ser corretamente dimensionados.

Pergunta: Um cabo de aço com 12 mm de diâmetro está sendo utilizado para



levantar uma carga de 5 toneladas. Qual é a tensão de tração no cabo? (Considere 1 tonelada = 10 kN)

Resposta: A tensão de tração no cabo é 44,2 MPa.

Questão 11 - Flambagem em Colunas

Contexto: Em estruturas verticais, como colunas de suporte, o fenômeno de flambagem deve ser levado em conta para evitar falhas.

Pergunta: Uma coluna de 3 metros de altura e diâmetro de 150 mm, feita de aço ABNT 1020, está submetida a uma carga de compressão axial de 30 kN. Como a flambagem pode ser evitada nesse caso?

Resposta: A flambagem pode ser evitada garantindo que a carga aplicada seja inferior à carga crítica de flambagem, verificando a relação de esbeltez da coluna.

Questão 12 - Tensão de Tração

Contexto: Técnicos em mecânica precisam garantir que materiais utilizados em máquinas suportem as forças aplicadas.

Pergunta: Uma barra de aço com seção circular de 50 mm de diâmetro é submetida a uma força de tração de 36 kN. Qual é a tensão normal atuante nessa barra?

Resposta: A tensão normal é 18,33 MPa.

Questão 13 - Cisalhamento em Parafusos

Contexto: Parafusos e pinos são frequentemente utilizados em juntas mecânicas, onde estão sujeitos a esforços de cisalhamento.



Pergunta: Um parafuso de aço ABNT 1020 com diâmetro de 12 mm está submetido a uma força cortante de 15 kN. Qual é a tensão de cisalhamento no parafuso?

Resposta: A tensão de cisalhamento no parafuso é 132,63 MPa.

Questão 14 - Flexão em Vigas

Contexto: Técnicos que trabalham com estruturas precisam calcular as tensões de flexão em vigas submetidas a cargas.

Pergunta: Uma viga com seção retangular de 10 cm x 20 cm e comprimento de 4 metros é

submetida a uma carga concentrada de 500 N no meio do vão. Qual é a tensão máxima de flexão na viga?

Resposta: A tensão máxima de flexão é 18,75 MPa.

Questão 15 - Momento de Torção

Contexto: O dimensionamento de eixos é uma tarefa importante na mecânica, e o torque aplicado em eixos precisa ser corretamente calculado.

Pergunta: Um eixo com diâmetro de 40 mm está submetido a um torque de 300 N·m. Qual é a tensão de torção no eixo?

Resposta: A tensão de torção é 29,84 MPa.

Questão 16 - Compressão em Colunas

Contexto: Em estruturas verticais, como colunas de suporte, é necessário garantir que as tensões de compressão estejam dentro do limite seguro.

Pergunta: Uma coluna de aço ABNT 1020 com 3 metros de altura e diâmetro de 100 mm está submetida a uma carga axial de 50 kN. Qual é a tensão de compressão na coluna?

Resposta: A tensão de compressão na coluna é 6,37 MPa.

Durante os estudos e a resolução de exercícios, é comum encontrarmos alguns desafios, especialmente quando envolvem cálculos. Muitas vezes, não temos certeza se estamos aplicando a fórmula correta, se escolhemos o método mais adequado, ou até mesmo confundimos materiais, como o aço ABNT 1040 com o 1020, o que pode comprometer toda a resolução desde o início. Isso leva a uma perda de tempo, com várias linhas de raciocínio sendo descartadas por causa de um dado incorreto. Pensando nisso, vamos comentar algumas

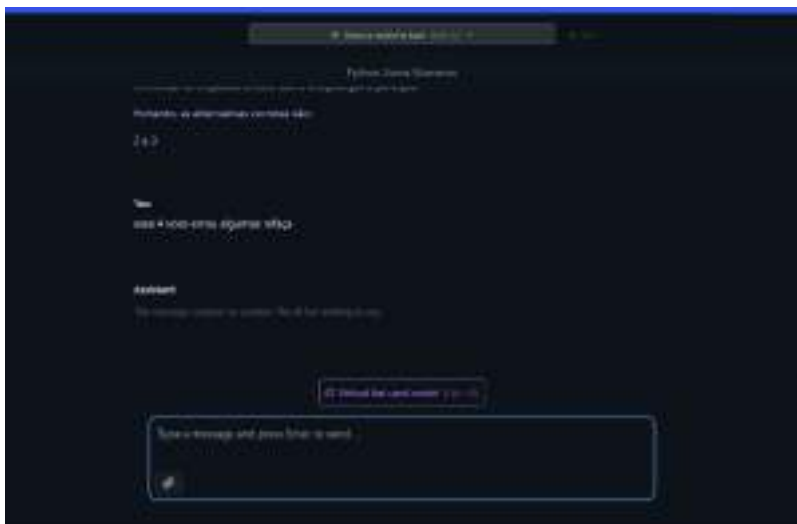
ferramentas que nos ajudaram a evitar esses problemas e a otimizar o desempenho nos exercícios, evitando o pesadelo de recomeçar um exercício do zero.

Mesmo que no início não indiquei muito o uso de redes neurais, para exercícios básicos e orientações podem ser úteis então vamos começar com elas.



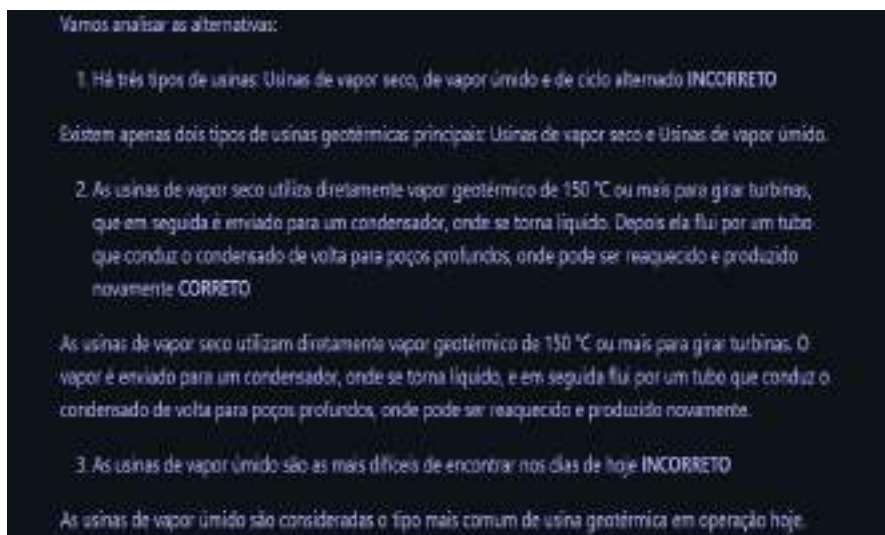
Link da imagem:
<https://belenos.me/blog/meta-ai-anuncia-llama-3-1-open-source/>.

Vamos começar com uma rede neural a qual você pode instalar em sua máquina e ainda melhor treinar ela para te ajudar a resolver os seus exercícios, praticamente adquirindo um chat GPT 4 gratuitamente claro que isso seria bom demais, mas temos um problema esse modelo de rede neural exige um computador bom para desempenhar adequadamente. Mas vamos comentar como poderíamos ter um "chat GPT" que resolve questões de resistência dos materiais, observação você pode treinar vários modelos um para cada problemática que tu necessitares. Primeiramente teríamos que ir <https://www.llama.com> e instalar nossa rede nativa e posteriormente os modelos.



Esse vai ser nosso terminal, claro teremos já instalado o modelo e iniciado tal processo, vamos entender como iremos treiná-lo. Conseguimos ver na imagem um clip de papel, na parte inferior da imagem, clicaremos nessa região e

entregaremos para nosso Llama alguns materiais que orientaram o aprendizado dele, no caso a apostila ou livros, e posteriormente iremos entregar para ele alguns exercícios resolvidos da problemática que temos em mão ele resolverá a questão para nós. É necessário lembrar que uma rede neural não tem 100% de acerto vai depender do treino e material que você der, caso o resultado não seja o esperado é importante o retreino.



Um exemplo para melhor entendimento, é esse da imagem a qual treinei um modelo para me ajudar a resolver questões de uma disciplina, entreguei os

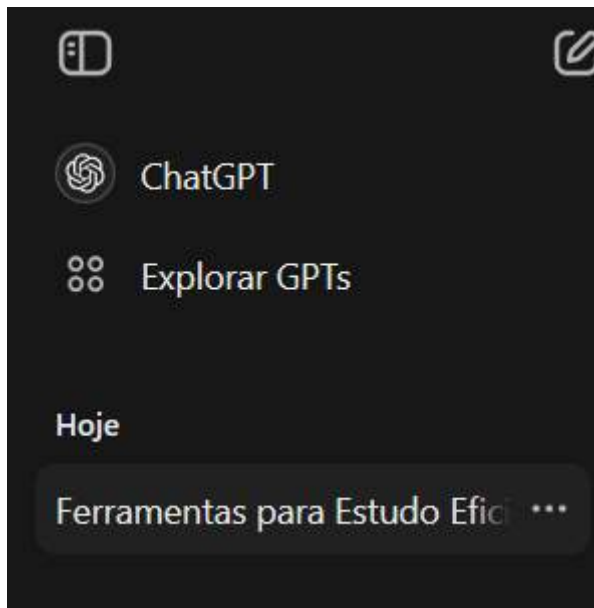
slides e apostilas, e pedi para meu modelo resolver 6 questões de verdadeiro e falso, depois que eu realizei, ela teve um acerto de 83%, também é possível fazer o treinamento para exercícios para questões de contas, tenho modelo e testes com isso e principalmente questões teóricas. Podemos fazer isso no chat GPT contudo teremos que pagar uma taxa anual de 240 dólares, enquanto com LLAMA temos gratuitamente.

Como mencionamos sobre o LLAMA, vale destacar também o ChatGPT. Existe a possibilidade de utilizar uma versão gratuita do ChatGPT 4, que é uma versão "mini". Nessa versão, também podemos fornecer materiais para treinamento, de forma semelhante ao que fizemos com o LLAMA. No entanto, há uma limitação de perguntas e interações por conversa, o que impede a realização de todo o processo em um único dia.



O ponto principal não é apenas a limitação de perguntas do ChatGPT, mas sim como podemos aprender a extrair 100% de sua funcionalidade. Observando o clipe de papel na região inferior da imagem, podemos associar

essa área à alocação dos materiais necessários para que a rede neural aprenda de forma mais eficiente. Posteriormente, vamos treinar essa rede neural com exercícios práticos, garantindo uma aplicação otimizada.



Também é crucial destacar que a área de interação com o ChatGPT, conforme ilustrado na imagem, pode ser considerada um repositório de modelos especializados no assunto. Essa característica nos permite retomar conversas anteriores sobre temas já discutidos, permitindo que alimentemos o modelo com mais informações para torná-lo cada vez mais eficiente. Assim, maximizamos o aproveitamento das ferramentas disponíveis para estudos eficazes. Portanto é mesma coisa do LLAMA

a qual iremos fornecer materiais e exercícios resolvidos e o Chat vai nos dar a resolução dos cálculos de forma mais eficiente, contudo é bom reforçar dependendo da complexidade vai exigir mais materiais e exemplos para o treino do modelo.

11. TABELAS

11.1 PROPRIEDADES MECÂNICAS*

AÇO-CARBONO				
ABNT	Processo	σ_e [MPa]	σ_r [MPa]	E [GPa]
1010	LQ	180	330	210
	TR	310	370	
1020	LQ	210	390	210
	TR	360	430	
1030	LQ	250	480	210

	TR	390	530	
1040	LQ	290	530	210
	TR	500	600	
1050	LQ	350	630	210
	TR	590	700	
1095	LQ	583	984	210
	RE	386	669	

Obs.: LQ - Laminado a Quente; TR - Trefilado; RE - Recozido.

FERRO FUNDIDO CINZENTO			
ASTM	σ_r [MPa] (Tração)	σ_r [MPa] (Compressão)	E [GPa]
20	155	583	82
35	256	871	111
60	440	1314	153
FERRO FUNDIDO MALEÁVEL			
	σ_e [MPa]	σ_r [MPa]	E [GPa]
Ferrítico	190	300 350	-
Perlítico	260 500	450 700	-
FERRO FUNDIDO NODULAR			
	σ_e [MPa]	σ_r [MPa]	E [GPa]
	281 632	422 843	170
FERRO FUNDIDO BRANCO			
	σ_e [MPa]	σ_r [MPa]	E [GPa]
	-	351	147

OUTROS MATERIAIS			
MATERIAL	σ_e [MPa]	σ_r [MPa]	E [GPa]
Liga de Alumínio (Extrudada)	246	267	70
	309	422	74
Duralumínio	420	490	74,2
Liga de Magnésio	155	281	45,7
Cobre Fosforado	220	340	120
	280	500	
Latão (fio)	140	340	105
	410	470	
Latão (forjado)	220	400	98
	480	560	
Bronze (fosforoso)	140	340	-
	380	450	
Bronze SAE-65	210	210	105
		390	
Bronze Alumínio	200	480	-
	350	600	
Poliestireno	-	48 (tração) 90 (compressão)	3

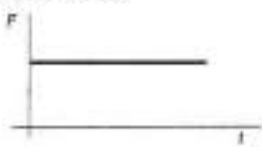
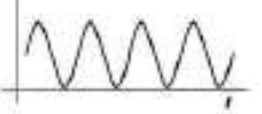
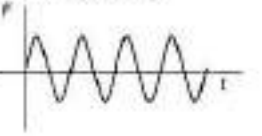
Vidro plano	-	2-6 (tração) 60-120 (compr.)	-
Concreto	-	22 (tração) 40 (compressão)	25 30

* Os valores citados são orientativos. Para maior precisão, consultar fornecedores ou institutos de pesquisa técnica.

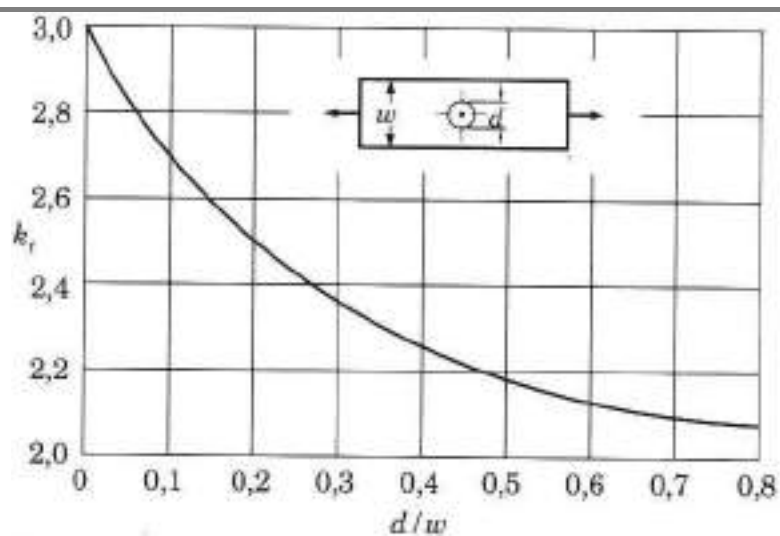
VALORES DE τ

	Ruptura	Escoamento
Aço até 0,3% C e Alumínio	$\tau_r = 0,6 \sigma_r$	$\tau_e = 0,6 \sigma_e$
Aço 0,3 - 0,7%C	$\tau_r = 0,75 \sigma_r$	$\tau_e = 0,75 \sigma_e$
Aço > 0,7%	$\tau_r = \sigma_r$	$\tau_e = \sigma_e$
FoFo Cinzento	$\tau_r = (1 - 1,6) \sigma_r$	—
FoFo Maleável	$\tau_r = (0,75 - 1,75) \sigma_r$	—

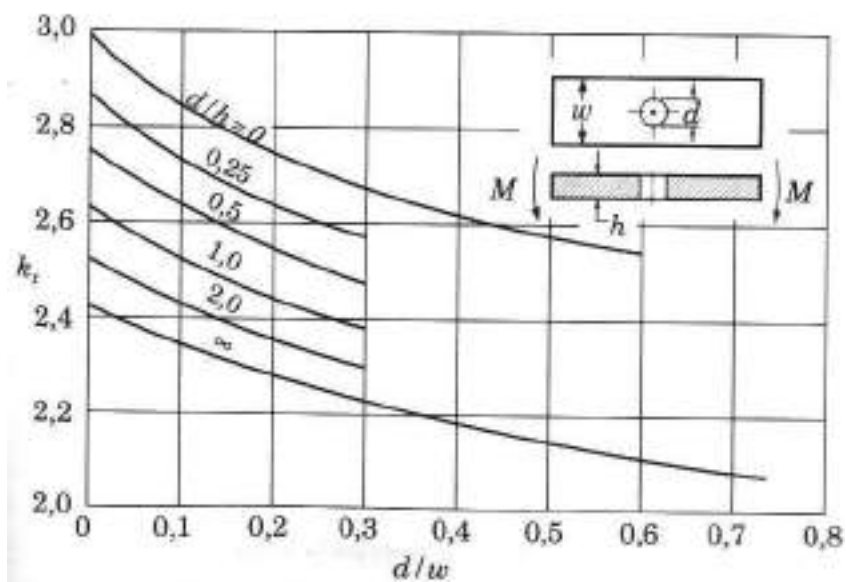
11.2 COEFICIENTE DE SEGURANÇA

FATOR	CASO	VALOR
A	PEÇAS FORJADA; TEMPERADA A ÓLEO; AÇO NÍQUEL	1,2
	PEÇA FERRO FUNDIDO; AÇO CARBONO	2
B	CARGA ESTÁTICA 	1
	CARGA DINÂMICA 	2
	CARGA ALTERNADA 	3
C	CARGA CONSTANTE	1
	CARGA GRADUAL	2
	POUCO IMPACTO	3
	ALTO IMPACTO	4 - 5
D	MATERIAIS DÚCTEIS	1,5
	MATERIAIS FRÁGEIS	2

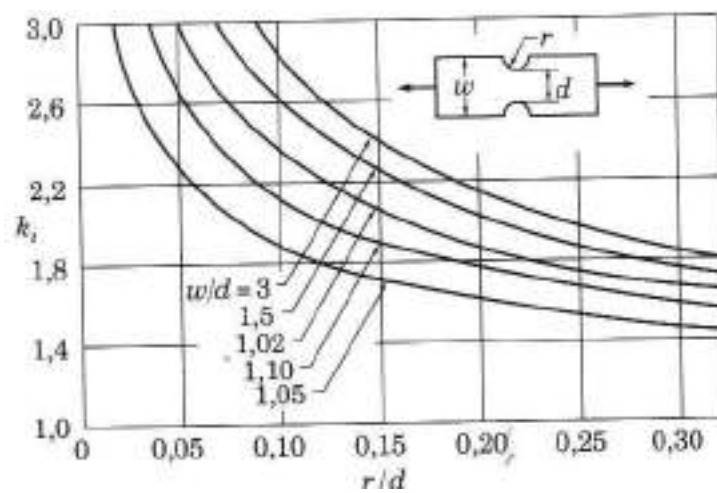
11.3 FATORES DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO



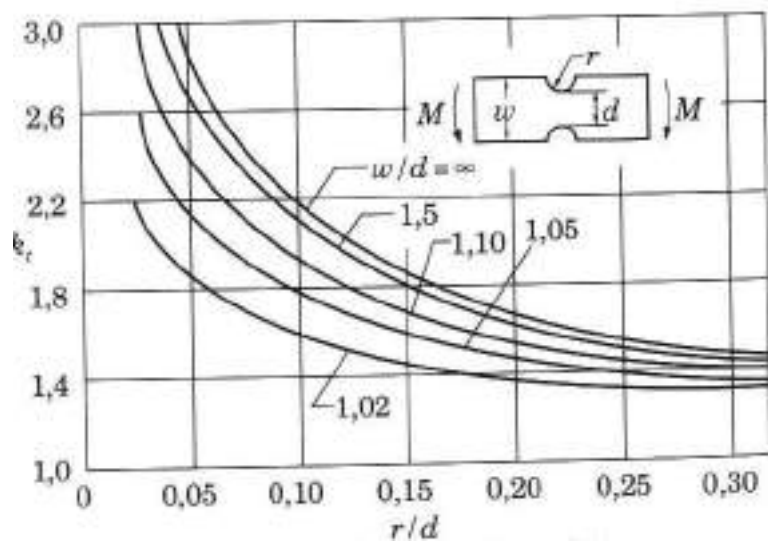
Barra com furo transversal submetida a tração/compressão



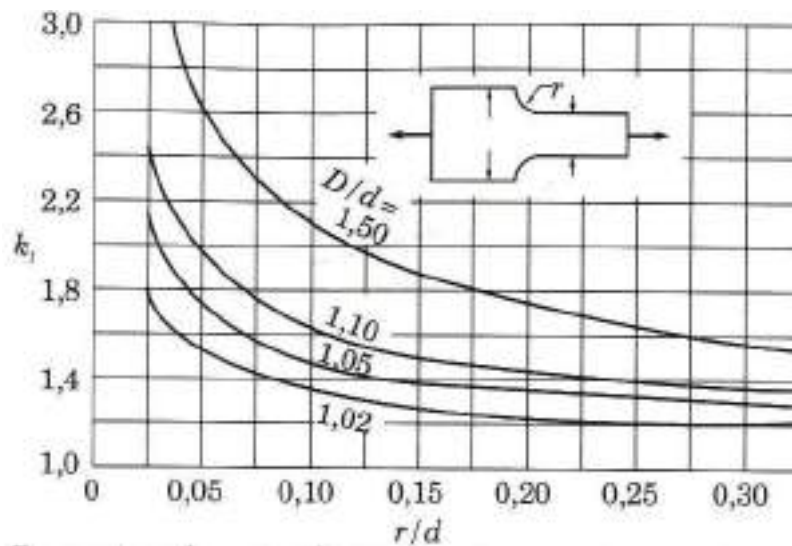
Barra com furo transversal submetida a flexão



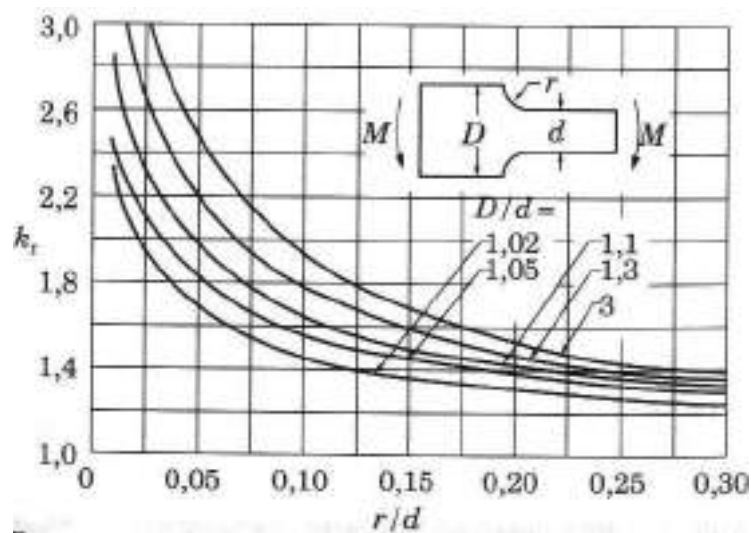
Barra com entalhe submetida a tração/compressão



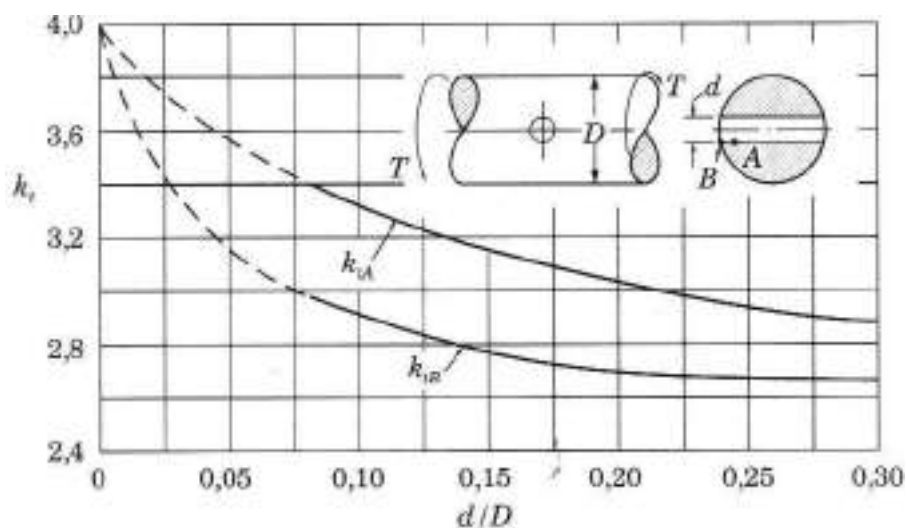
Barra com entalhe submetida a flexão



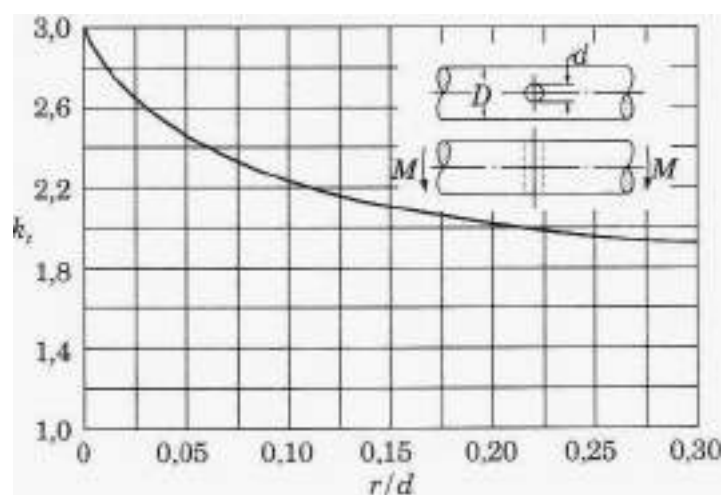
Barra com redução de seção submetida a tração/compressão



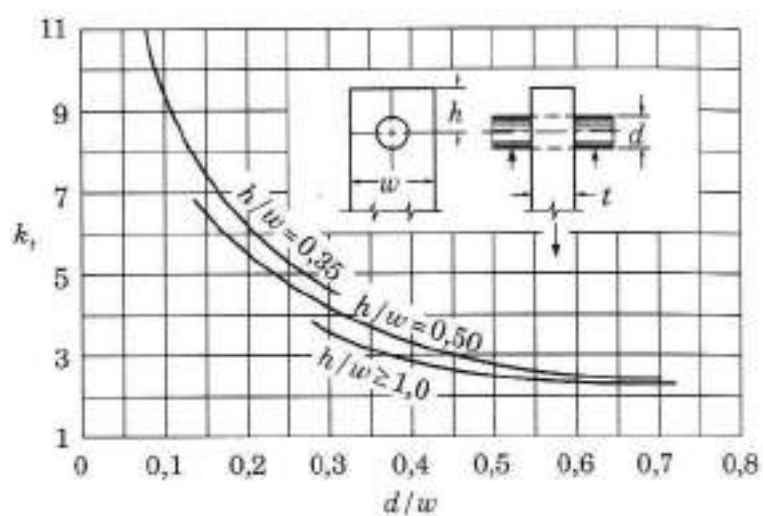
Barra com redução de seção submetida a flexão



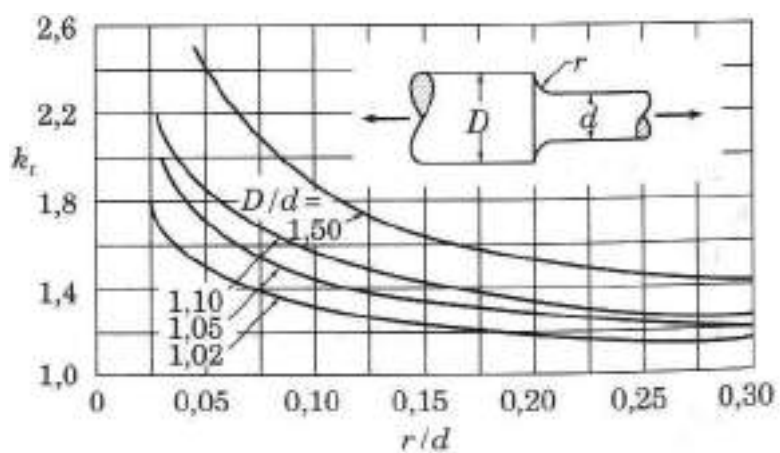
Eixo com furo transversal submetido a torção



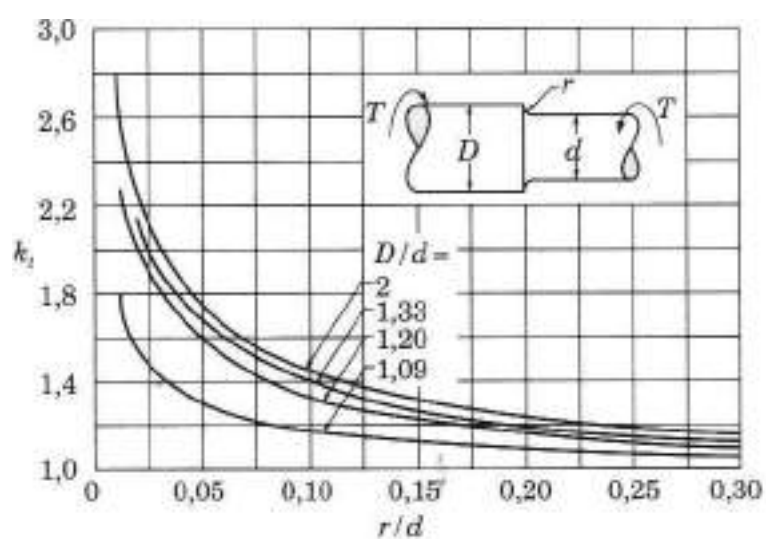
Eixo com furo transversal submetido a flexão



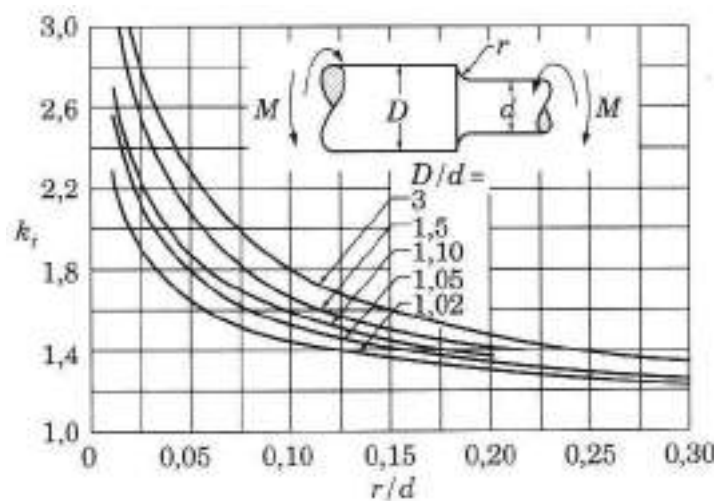
Placa submetida a tração por pino passante
(havendo folga, aumentar K_t de 35 a 50%)



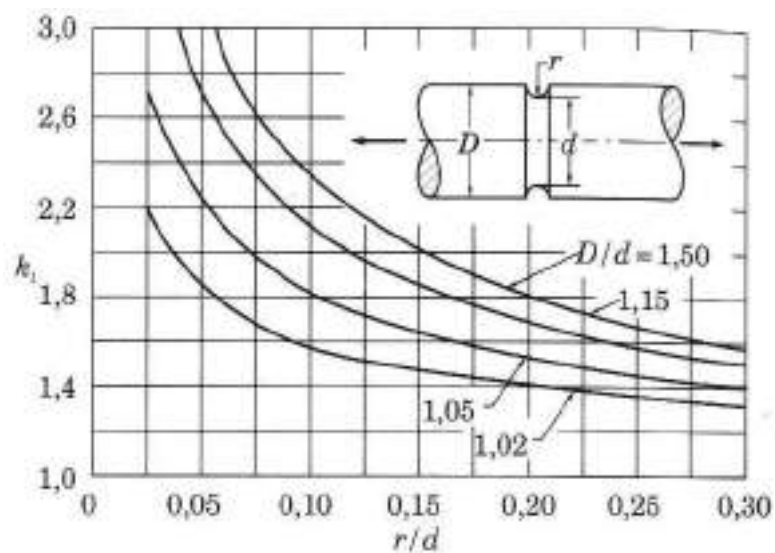
Eixo com redução de seção submetido a tração



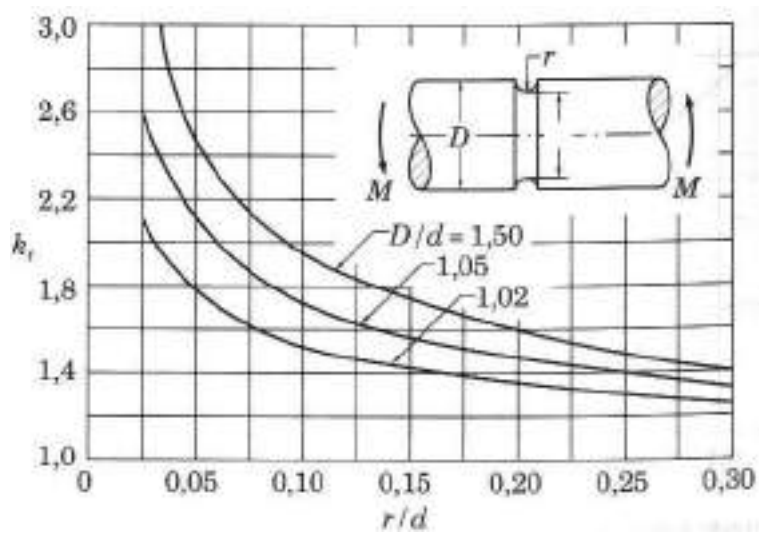
Eixo com redução de seção submetido a torção



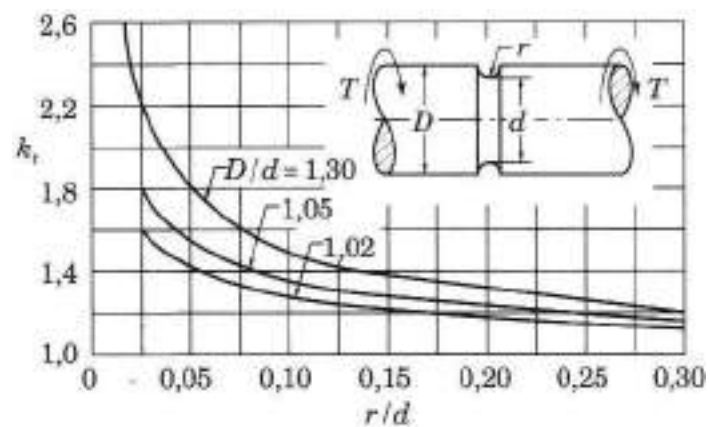
Eixo com redução de seção submetido a flexão



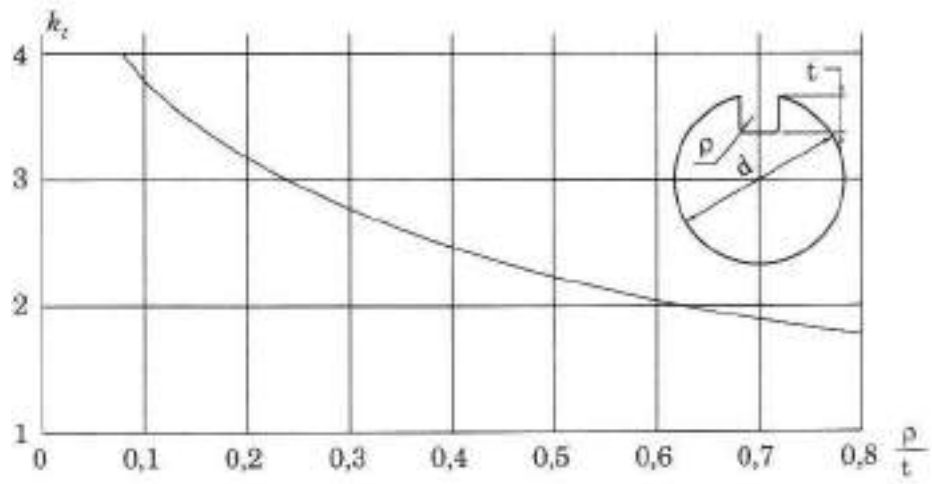
Eixo com entalhe submetido a tração



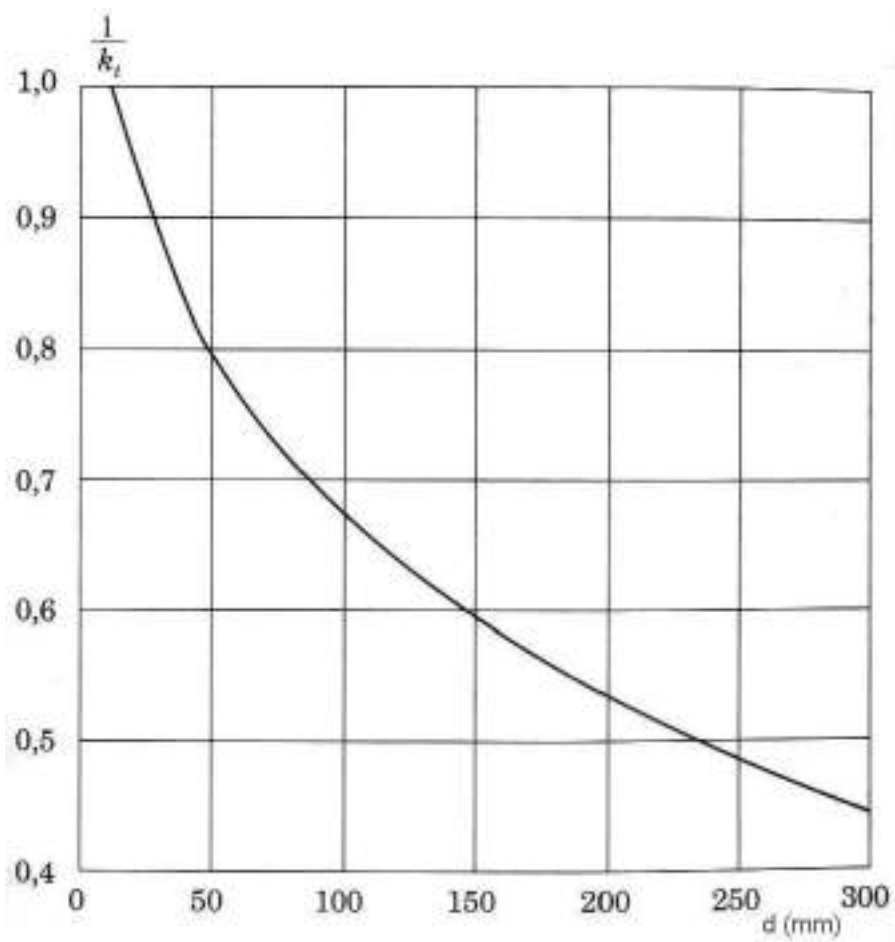
Eixo com entalhe submetido a flexão



Eixo com entalhe submetido a torção

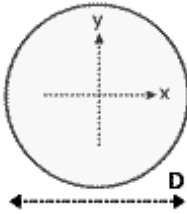
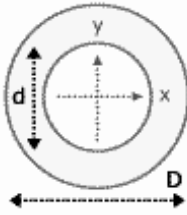
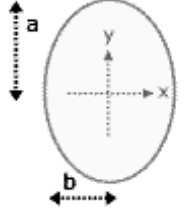
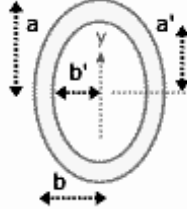
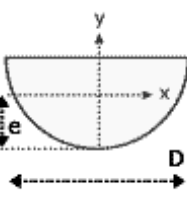
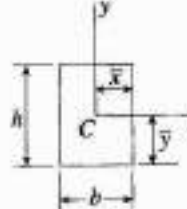
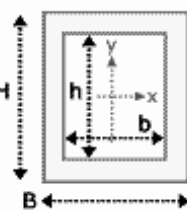


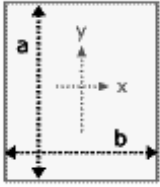
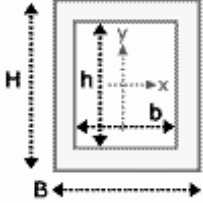
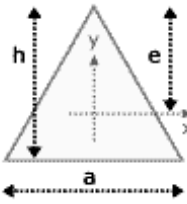
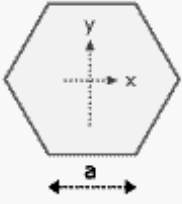
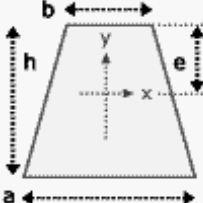
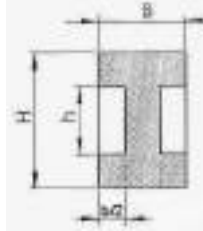
Eixo chavetado submetido a torção



Eixo chavetado submetido a flexão

11.4 PROPRIEDADES DOS PERFIS

Seção	Nome/aspecto	Área da seção	Coordenadas do CG	Módulo de flexão (Wfl)	Módulo de Torção (Wt)
	Circular cheia	$\pi \varnothing^2 / 4$	$x = y = \varnothing / 2$	$\pi \varnothing^3 / 32$	$\pi \varnothing^3 / 16$
	Tubo	$\pi (\varnothing e^2 - \varnothing i^2) / 4$	$x = y = D / 2$	$\pi (\varnothing e^4 - \varnothing i^4) / (32 \varnothing)$	$\pi (\varnothing e^4 - \varnothing i^4) / (16 \varnothing)$
	Elipse cheia	$\pi a \cdot b$	$x = b$ $y = a$	$x = \pi a^2 b / 4$ $y = \pi a b^2 / 4$	$1,57 a b^2$
	Tubo elíptico	$\pi (a b - a' b')$	$x = b$ $y = a$	$x = 0,78 (ba^3 - b'a'^3) / a$ $y = 0,78 (ab^3 - a'b'^3) / b$	$1,57 (ab^3 - a'b'^3) / b$
	Semicírculo	$\pi (D/2)^2 / 8$	$x = D / 2$ $y = 4 (D/2) / 3\pi$	$x = 0,19(D/2)^3$ $y = 0,39(D/2)^3$	-
	Quadrado	b^2	$x = y = b / 2$	$B^3 / 6$	$0,21 b^3$
	Tubo quadrado	$B^2 - b^2$	$x = y = B / 2$	$(B^4 - b^4) / 6B$	-

Seção	Nome/aspecto	Área da seção	Coordenadas do CG	Módulo de flexão (Wfl)	Módulo de Torção (Wt)
	Retângulo	$b a$	$x = b / 2$ $y = a / 2$	$x = a b^2 / 6$ $y = b a^2 / 6$	$b a^2 / 3 + 1,8 (b/a)$
	Tubo retangular	$BH - bh$	$x = B / 2$ $y = H / 2$	$(BH^3 - bh^3) / (6 H)$	-
	Triângulo	$a h / 2$	$x = a / 2$ $y = h / 3$	$a h^2 / 24$	$0,05 a^3$
	Hexágono regular	$2,6 a^2$	-	$0,625 a^3$	$0,917 a^3$
	Trapézio	$[2 \cdot b + (a-b)] \cdot (h/2)$	$x = a / 2$ $y = h (2a + b) / 3 (a + b)$	$h^2 / 12 [6b^2 + 6a(a-b) + (a-b)^2] / 3b + 2(a-b)$	-
	Perfil I	$H B - h b$	-	$x = (BH^3 - bh^3) / 6H$	-

11.5 PERFIS COMERCIAIS

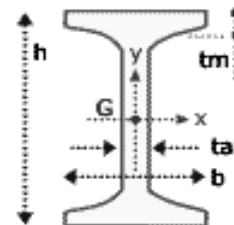
Perfil "I" laminado

b - largura da mesa h - altura

ta - espessura da alma

tm - espessura média da mesa

G - Centro de gravidade da seção



Tam nom	kg/m	S (cm ²)	ta (mm)	h (mm)	b (mm)	tm (mm)	J _x (cm ⁴)	J _y (cm ⁴)	W _x (cm ³)	W _y (cm ³)	r _x (cm)	r _y (cm)
3"	8,45	10,8	4,32	76,2	59,2	6,6	105,1	18,9	27,6	6,41	3,12	1,33
	9,68	12,3	6,38	76,2	61,2	6,6	113	21,3	29,6	6,95	3,02	1,31
	11,2	14,2	8,86	76,2	63,7	6,6	122	24,4	32,0	7,67	2,93	1,31
4"	11,4	14,5	4,83	101,6	67,6	7,4	252	31,7	49,7	9,37	4,17	1,48
	12,7	16,1	6,43	101,6	69,2	7,4	266	34,3	52,4	9,91	4,06	1,46
	14,1	18,0	8,28	101,6	71,0	7,4	283	37,6	55,6	10,6	3,96	1,45
	15,6	19,9	10,20	101,6	72,9	7,4	299	41,2	58,9	11,3	3,87	1,44
5"	14,8	18,8	5,33	127,0	76,2	8,3	511	50,2	80,4	13,2	5,21	1,63
	18,2	23,2	8,81	127,0	79,7	8,3	570	58,6	89,8	14,7	4,95	1,59
	22,0	28,0	12,55	127,0	83,4	8,3	634	69,1	99,8	16,6	4,76	1,57
6"	18,5	23,6	5,84	152,4	84,6	9,1	919	75,7	120,6	17,9	6,24	1,79
	22,0	28,0	8,71	152,4	87,5	9,1	1003	84,9	131,7	19,4	5,99	1,74
	25,7	32,7	11,80	152,4	90,6	9,1	1095	96,2	143,7	21,2	5,79	1,72
8"	27,3	34,8	6,86	203,2	101,6	10,8	2400	155	236	30,5	8,30	2,11
	30,5	38,9	8,86	203,2	103,6	10,8	2540	166	250	32,0	8,08	2,07
	34,3	43,7	11,20	203,2	105,9	10,8	2700	179	266	33,9	7,86	2,03
	38,0	48,3	13,51	203,2	108,3	10,8	2860	194	282	35,8	7,69	2,00
10"	37,7	48,1	7,9	254,0	118,4	12,5	5140	282	405	47,7	10,30	2,42
	44,7	56,9	11,4	254,0	121,8	12,5	5610	312	442	51,3	9,93	2,34
	52,1	66,4	15,1	254,0	125,6	12,5	6120	348	482	55,4	9,60	2,29
	59,6	75,9	18,8	254,0	129,3	12,5	6630	389	522	60,1	9,35	2,26
12"	60,6	77,3	11,7	304,8	133,4	16,7	11330	563	743	84,5	12,1	2,70
	67,0	85,4	14,4	304,8	136,0	16,7	11960	603	785	88,7	11,8	2,66
	74,4	94,8	17,4	304,8	139,1	16,7	12690	654	833	94,0	11,6	2,63
	81,9	104,3	20,6	304,8	142,2	16,7	13430	709	881	99,7	11,3	2,61
Tam nom	kg/m	S (cm ²)	ta (mm)	h (mm)	b (mm)	tm (mm)	J _x (cm ⁴)	J _y (cm ⁴)	W _x (cm ³)	W _y (cm ³)	r _x (cm)	r _y (cm)

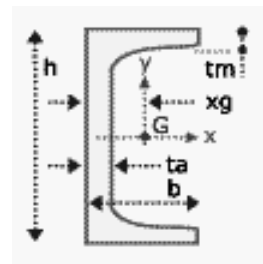
Perfil “U” laminado

b - largura da mesa h - altura

ta - espessura da alma

tm - espessura média da mesa

G - Centro de gravidade da seção

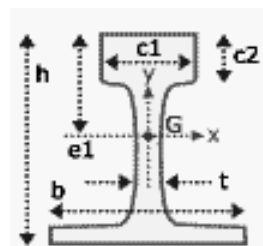


Tam nom	kg/m	S (cm ²)	ta (mm)	h (mm)	b (mm)	x _G (cm)	J _x (cm ⁴)	J _y (cm ⁴)	W _x (cm ³)	W _y (cm ³)	r _x (cm)	r _y (cm)
3"	6,11	7,78	4,32	76,2	35,8	1,11	68,9	8,2	18,1	3,32	2,98	1,03
	7,44	9,48	6,55	76,2	38,0	1,11	77,2	10,3	20,3	3,82	2,85	1,04
	8,93	11,4	9,04	76,2	40,5	1,16	86,3	12,7	22,7	4,39	2,75	1,06
4"	7,95	10,1	4,57	101,6	40,1	1,16	159,5	13,1	31,4	4,61	3,97	1,14
	9,30	11,9	6,27	101,6	41,8	1,15	174,4	15,5	34,3	5,10	3,84	1,14
	10,8	13,7	8,13	101,6	43,7	1,17	190,6	18,0	37,5	5,61	3,73	1,15
6"	12,2	15,5	5,08	152,4	48,8	1,30	546	28,8	71,7	8,06	5,94	1,36
	15,6	19,9	7,98	152,4	51,7	1,27	632	36,0	82,9	9,24	5,63	1,34
	19,4	24,7	11,1	152,4	54,8	1,31	724	43,9	95,0	10,5	5,42	1,33
	23,1	29,4	14,2	152,4	57,9	1,38	815	52,4	107,0	11,9	5,27	1,33
8"	17,1	21,8	5,59	203,2	57,4	1,45	1356	54,9	133,4	12,8	7,89	1,59
	20,5	26,1	7,70	203,2	59,5	1,41	1503	63,6	147,9	14,0	7,60	1,56
	24,2	30,8	10,0	203,2	61,8	1,40	1667	72,9	164,0	15,3	7,35	1,54
	27,9	35,6	12,4	203,2	64,2	1,44	1830	82,5	180,1	16,6	7,17	1,52
	31,6	40,3	14,7	203,2	66,5	1,49	1990	92,6	196,2	17,9	7,03	1,52
10"	22,7	29,0	6,10	254,0	66,0	1,61	2800	95,1	221	19,0	9,84	1,81
	29,8	37,9	9,63	254,0	69,6	1,54	3290	17,0	259	21,6	9,31	1,76
	37,2	47,4	13,4	254,0	73,3	1,57	3800	39,7	299	24,3	8,95	1,72
	44,7	56,9	17,1	254,0	77,0	1,65	4310	64,2	339	27,1	8,70	1,70
	52,1	66,4	20,8	254,0	80,8	1,76	4820	91,7	379	30,4	8,52	1,70
12"	30,7	39,1	7,11	304,8	74,7	1,77	5370	161,1	352	28,3	11,7	2,03
	37,2	47,4	9,83	304,8	77,4	1,71	6010	186,1	394	30,9	11,3	1,98
	44,7	56,9	13,0	304,8	80,5	1,71	6750	214,0	443	33,7	10,9	1,94
	52,1	66,4	16,1	304,8	83,6	1,76	7480	242,0	491	36,7	10,6	1,91
	59,6	75,9	19,2	304,8	86,7	1,83	8210	273,0	539	39,8	10,4	1,90
15"	50,4	64,2	10,2	381,0	86,4	2,00	13100	338	688	51,0	14,3	2,30
	52,1	66,4	10,7	381,0	86,9	1,99	13360	347	701	51,8	14,2	2,29
	59,5	75,8	13,2	381,0	89,4	1,98	14510	387	762	55,2	13,8	2,25
	67,0	85,3	15,7	381,0	91,9	1,99	15650	421	822	58,5	13,5	2,22
	74,4	94,8	18,2	381,0	94,4	2,03	16800	460	882	62,0	13,3	2,20
	81,9	104,3	20,7	381,0	96,9	2,21	17950	498	942	66,5	13,1	2,18
Tam nom	kg/m	S (cm ²)	ta (mm)	h (mm)	b (mm)	x _G (cm)	J _x (cm ⁴)	J _y (cm ⁴)	W _x (cm ³)	W _y (cm ³)	r _x (cm)	r _y (cm)

Trilho Ferroviário

Com o uso, os trilhos se desgastam, reduzindo a altura h . Uma aproximação para o módulo de resistência W_x de trilhos desgastados é:

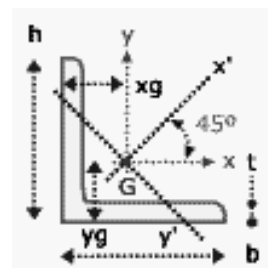
$$W_x \approx 0,06 h^3 \text{ (h em cm e resultado em cm}^3\text{)}$$



Tam nom	kg/m	h (mm)	b (mm)	c1 (mm)	c2 (mm)	t (mm)	e1 (mm)	J _x (cm ⁴)	W _x (cm ⁴)
T 45	44,7	142,9	130,1	65,1	-	14,3	-	1610	206
T 57	56,9	168,3	139,7	69,1	-	15,9	-	2730	295
T 68	67,6	185,7	152,4	74,6	-	17,5	-	3949	391

Perfil “L” (cantoneira) de abas iguais

Os eixos x e y não têm os maiores e menores momentos de inércia, mas representam a direção do carregamento mais comum na prática. Os momentos extremos (maior e menor) estão nos eixos x' e y' (eixos principais de inércia).



G - Centro de gravidade da seção

Devido à igualdade das abas, temos $J_y = J_x$, $W_y = W_x$, $r_y = r_x$ e $y_g = x_g$.

Tam nom	kg/m	S (cm ²)	t (mm)	h (mm)	x _g (cm)	J _x (cm ⁴)	W _x (cm ³)	r _x (cm)
5/8"	0,75	0,96	3,2	15,9	0,51	0,20	0,18	0,45
3/4"	0,90	1,16	3,2	19,1	0,58	0,37	0,28	0,58
7/8"	1,05	1,35	3,2	22,2	0,66	0,58	0,37	0,66
1"	1,15	1,48	3,2	25,4	0,76	0,83	0,49	0,76
	1,73	2,19	4,8	25,4	0,81	1,24	0,65	0,76
	2,21	2,83	6,4	25,4	0,86	1,66	0,98	0,73
1 1/4"	1,50	1,93	3,2	31,8	0,91	1,66	0,81	0,96
	2,16	2,77	4,8	31,8	0,96	2,49	1,14	0,96
	2,82	3,61	6,4	31,8	1,01	3,32	1,47	0,93
1 1/2"	1,81	2,32	3,2	38,1	1,06	3,32	1,14	1,19
	2,67	3,42	4,8	38,1	1,11	4,57	1,63	1,16
	3,47	4,45	6,4	38,1	1,19	5,82	2,13	1,14
	4,23	5,42	7,9	38,1	1,24	6,65	4,53	1,11
1 3/4"	2,11	2,70	3,2	44,5	1,21	5,41	1,63	1,39
	3,11	3,99	4,8	44,5	1,29	7,49	2,29	1,37
	4,07	5,22	6,4	44,5	1,34	9,57	3,11	1,34
	5,03	6,45	7,9	44,5	1,39	11,23	3,77	1,32
	5,93	7,61	9,5	44,5	1,45	12,90	4,26	1,29
2"	2,41	3,09	3,2	50,8	1,39	7,90	2,13	1,60
	3,57	4,58	4,8	50,8	1,44	11,23	3,11	1,57
	4,73	6,06	6,4	50,8	1,49	14,56	4,09	1,54
	5,78	7,41	7,9	50,8	1,54	17,48	4,91	1,52
	6,84	8,77	9,5	50,8	1,62	19,97	5,73	1,49
2 1/2"	5,98	7,67	6,4	63,5	1,83	29	6,4	1,96
	7,39	9,48	7,9	63,5	1,88	35	7,9	1,93
	8,70	11,16	9,5	63,5	1,93	41	9,3	1,91
3"	8,95	11,48	7,9	76,2	2,21	62	11,6	2,34

	10,62	13,61	9,5	76,2	2,26	75	13,6	2,31
	13,85	17,74	12,7	76,2	2,36	91	18,0	2,29
4"	14,4	18,45	9,5	101,6	2,90	183	24,6	3,12
	18,9	24,19	12,7	101,6	3,00	233	32,8	3,10
	23,2	29,73	15,9	101,6	3,12	279	39,4	3,05
5"	18,17	23,29	9,5	127,0	3,53	362	39,5	3,94
	23,90	30,64	12,7	127,0	3,63	470	52,5	3,91
	29,48	37,80	15,9	127,0	3,76	566	64,0	3,86
	34,91	44,76	19,1	127,0	3,86	653	73,8	3,81
6"	21,93	28,12	9,5	152,4	4,17	641	57,4	4,78
	28,86	37,00	12,7	152,4	4,27	828	75,4	4,72
	35,77	45,86	15,9	152,4	4,39	1007	93,5	4,67
	42,46	54,44	19,1	152,4	4,52	1173	109,9	4,65
	48,95	62,76	22,2	152,4	4,62	1327	124,0	4,60
8"	38,99	49,99	12,7	203,2	5,56	2022	137,8	6,38
	48,34	61,98	15,9	203,2	5,66	2471	168,9	6,32
	57,56	73,79	19,1	203,2	5,79	2899	200,1	6,27
	66,56	85,33	22,2	203,2	5,89	3311	229,6	6,22
	75,46	96,75	25,4	203,2	6,02	3702	259,1	6,20
Tam nom	kg/m	S (cm ²)	t (mm)	h (mm)	x _g (cm)	J _x (cm ⁴)	W _x (cm ³)	r _x (cm)

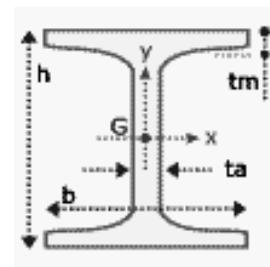
Perfil "H" laminados

b - largura da mesa h - altura

ta - espessura da alma

tm - espessura média da mesa

G - Centro de gravidade da seção



Tam nom	kg/m	S (cm ²)	t _a (mm)	h (mm)	b (mm)	t _m (mm)	J _x (cm ⁴)	J _y (cm ⁴)	W _x (cm ³)	W _y (cm ³)	r _x (cm)	r _y (cm)
4"	20,5	26,1	7,95	101,6	101,6	-	449	146	88	29	4,15	2,38
5"	27,9	35,6	7,95	127,0	127,0	-	997	321	157	51	5,29	3,01
6"	37,1	47,3	7,95	152,4	150,8	-	1958	621	257	82	6,43	3,63
	40,9	52,1	11,13	152,4	154,0	-	2050	664	269	87	6,27	3,57

11.6 VIGAS FLETIDAS

Legenda

R = Reação de apoio

M = Momento fletor

P = Carga concentrada

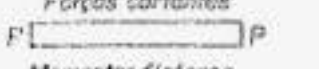
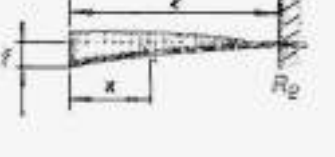
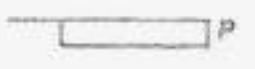
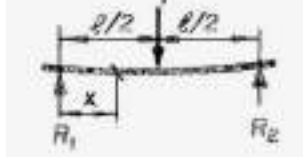
w = Carga unitária distribuída

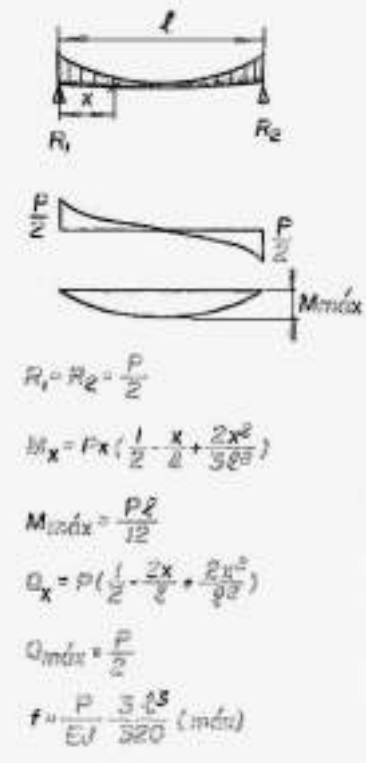
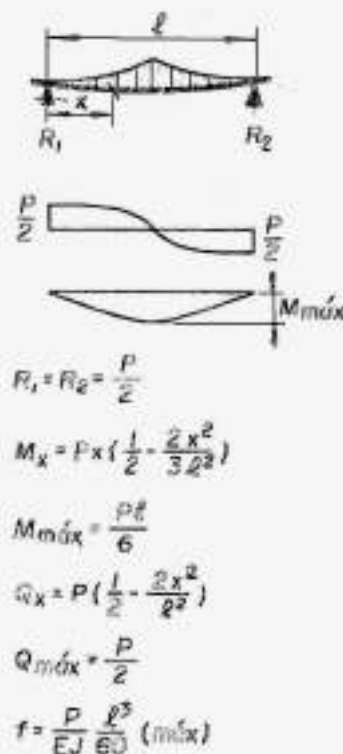
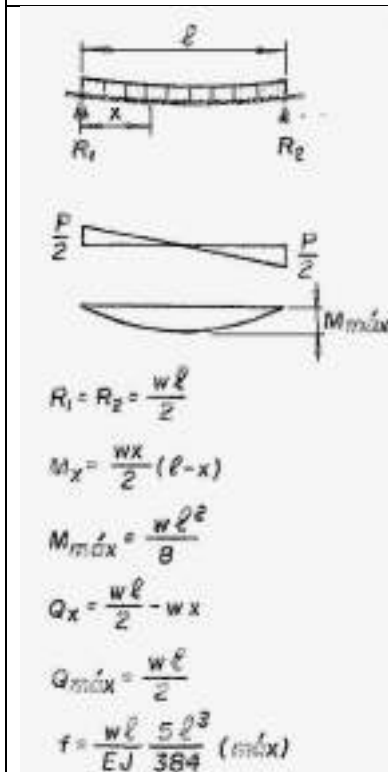
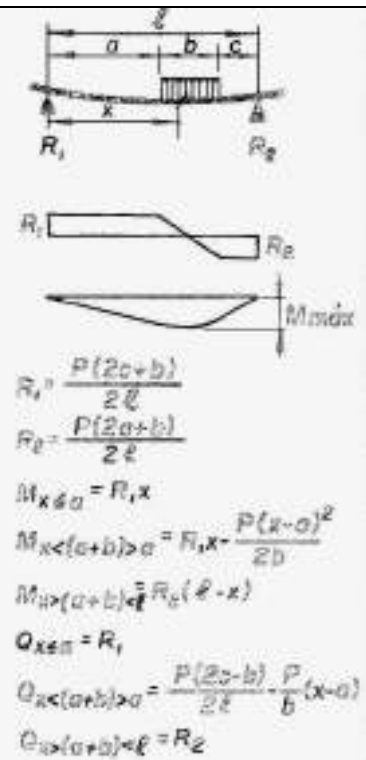
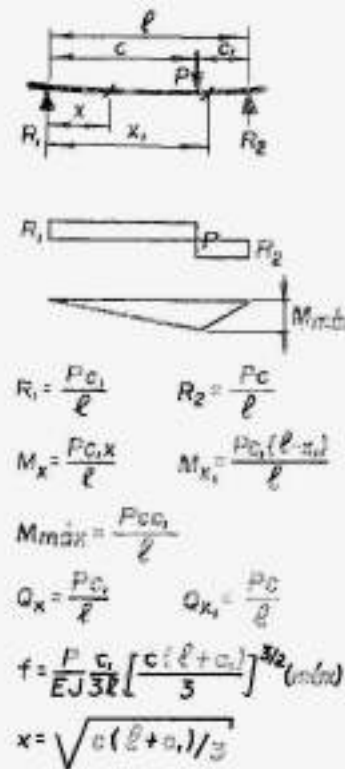
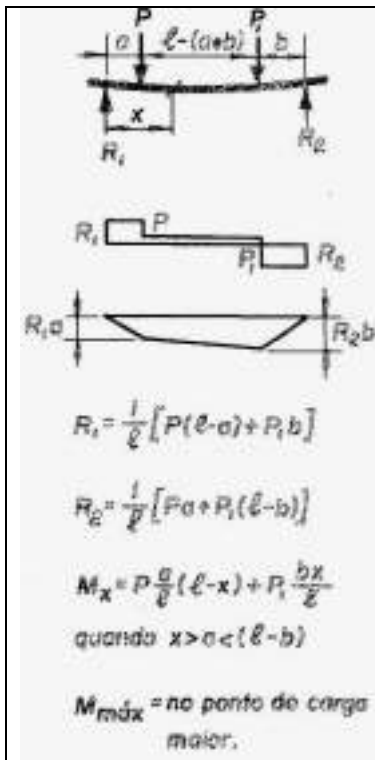
Q = Força cortante

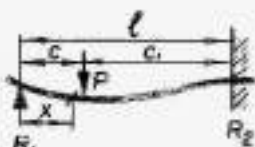
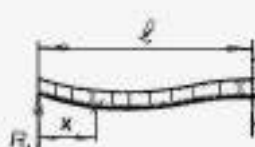
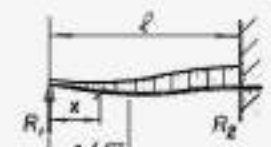
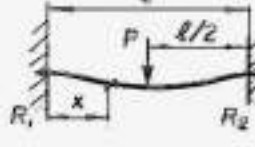
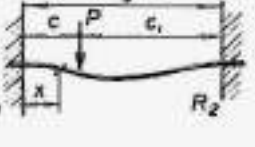
f = Flecha

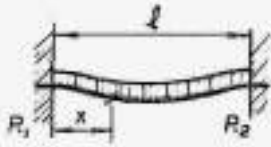
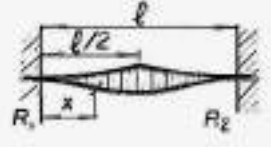
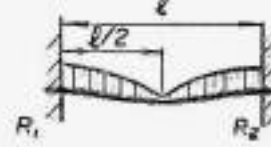
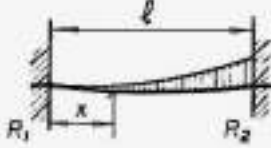
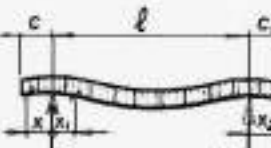
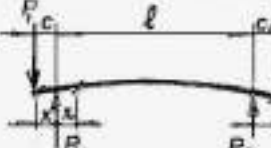
E = Módulo de elasticidade

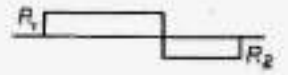
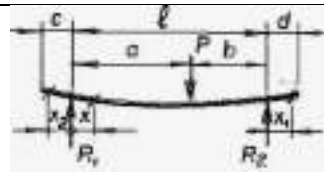
J = Momento de inércia

 Fôrças cortantes  Momentos flectores  $R_2 = P$ $M_x = P x$ $M_{máx} = P \cdot l$ $Q_x = P$ $f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{3} \text{ (máx)}$	   $R_2 = w l = P$ $M_x = \frac{w x^2}{2}$ $M_{máx} = \frac{w l^2}{2}$ $Q_x = w x$ $Q_{máx} = w \cdot l$ $f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{8} \text{ (máx)}$	   $R_2 = P$ $M_x = \frac{P}{3} \frac{x^3}{l^2}$ $M_{máx} = \frac{P l}{3}$ $Q_x = \frac{P x^2}{l^2}$ $Q_{máx} = P$ $f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{15} \text{ (máx)}$
   $R_2 = P$ $M_x = \frac{P x^2}{3 l^2} (3 l - x)$ $M_{máx} = \frac{2 P l}{3}$ $Q_x = \frac{P x}{l^2} (2 l - x)$ $Q_{máx} = P$ $f = \frac{P}{EJ} \frac{11 l^3}{60} \text{ (máx)}$	   $R_2 = P$ $M_{x > a} = P (x - a)$ $M_{máx} = P \cdot b$ $Q_{x > a} = P$ $Q_{máx} = P$ $f_{x=0} = \frac{P l^2}{6 EJ} \left[2 - \frac{3a}{l} + \left(\frac{a}{l} \right)^3 \right] \text{ (máx)}$ $f_{x > a} = \frac{P}{6 EJ} (-3 a l^2 + 2 l^3 + x^3 - 3 a x^2 - 3 l^2 x + 6 a l x)$	   $R_1 = R_2 = \frac{P}{2}$ $M_{x < l/2} = \frac{P x}{2}$ $M_{x > l/2} = \frac{P}{2} \left(x - \frac{l}{2} \right)$ $M_{máx} = \frac{P l}{4}$ $Q_x = \frac{P}{2}$ $f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{48} \text{ (máx)}$



 $R_1 = \frac{1}{3}P$ $Q_x = P\left(\frac{1}{3} - \frac{x^2}{l^2}\right)$ $R_2 = \frac{2}{3}P$ $Q_{m\acute{a}x} = \frac{2}{3}P$ $M_x = \frac{P}{3}x\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)$ $M_{m\acute{a}x} = 0,128P\ell$ para $x = 0,5774\ell$ $f = 0,01304 \frac{P\ell^3}{EJ}$ (máx)	 $R_1 = P \frac{c^2(2\ell+c)}{2\ell^3}$ $R_2 = P \frac{(3\ell^2-c^2)c}{2\ell^3}$ $M_{x<c} = Px \frac{c^2(2\ell+c)}{2\ell^3}$ $M_{x>c} = -\frac{Pcc(\ell+c)}{2\ell^2} + R_2(\ell-x)$ $Q_{x<c} = R_1$ $Q_{x>c} = R_2$ $f = 0,0098 \frac{P}{EJ} \ell^3$ (máx) $x = c = 0,414\ell$	 Fôrças cortantes Momentos flectores $R_1 = \frac{3}{8}w\ell$ $R_2 = \frac{5}{8}w\ell$ $M_x = \frac{wx}{2}\left(\frac{3\ell}{4} - x\right)$ $M_{m\acute{a}x} = \frac{w\ell^2}{8}$ $Q_x = \frac{3w\ell}{8} - wx$ $Q_{m\acute{a}x} = \frac{5w\ell}{8}$ $f = \frac{w\ell}{EJ} \frac{\ell^3}{185}$ (máx) $x = 0,422\ell$
 $R_1 = \frac{P}{5}$ $R_2 = \frac{4P}{5}$ $M_x = Px\left(\frac{1}{5} - \frac{x^2}{3\ell^2}\right)$ $M_{m\acute{a}x} = \frac{2P\ell}{15}$ $M = \frac{2P\ell}{15\sqrt{5}}$ para $x = \frac{\ell}{\sqrt{5}}$ $Q_x = P\left(\frac{1}{5} - \frac{x^2}{\ell^2}\right)$ $Q_{m\acute{a}x} = \frac{4P}{5}$ $f = \frac{P}{EJ} \left(\frac{16}{1500\sqrt{5}}\right) \ell^3$ (máx)	 $R_1 = R_2 = \frac{P}{2}$ $M_{x<\ell/2} = \frac{P\ell}{2}\left(\frac{x}{\ell} - \frac{1}{4}\right)$ $M_{x>\ell/2} = \frac{P\ell}{2}\left(\frac{x}{\ell} - \frac{3}{4}\right)$ $M_{m\acute{a}x} = \frac{P\ell}{8}$ $Q_x = \frac{P}{2}$ $f = \frac{P}{EJ} \frac{\ell^3}{192}$ (máx)	 $R_1 = P \frac{c^2(3c+c_1)}{\ell^3}$ $R_2 = P \frac{c^2(3c+c)}{\ell^3}$ $M_{x<c} = R_1x - P \frac{cc^2}{\ell^2}$ $M_{x>c} = R_1x - P \frac{cc^2}{\ell^2} - P(x-c)$ $Q_{x<c} = R_1$ $Q_{x>c} = R_1 - P$ $f = \frac{2Pc^3c^2}{3EJ(3c+c_1)^2}$ (máx)

 $R_1 = R_2 = \frac{w\ell}{2}$ $M_x = \frac{w\ell^2}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{\ell} + \frac{x^2}{\ell^2} \right)$ $M_{\max} = \frac{1}{12} w\ell^2$ $Q_x = \frac{w\ell}{2} - wx$ $Q_{\max} = \frac{w\ell}{2}$ $f = \frac{P}{EJ} \frac{\ell^3}{384} \text{ (máx)}$	 $R_1 = R_2 = \frac{P}{2}$ $M_x = \frac{P\ell}{2} \left(\frac{x}{\ell} - \frac{4x^3}{3\ell^3} + \frac{5}{24} \right)$ $M_{\max} = M_1 = \frac{5}{48} P\ell \quad M = \frac{P\ell}{16}$ $Q_x = \frac{P}{2} - \frac{2Px^2}{\ell^2}$ $Q_{\max} = \frac{P}{2}$ $f = \frac{w}{EJ} \ell^3 \left(\frac{1}{192} + \frac{1}{960} \right)$	 $R_1 = R_2 = \frac{P}{2}$ $M_x = \frac{Px}{2} - \frac{P\ell}{16} - \frac{P}{3\ell^2} (3\ell x^2 - 2x^3)$ $M_{\max} = \frac{P\ell}{16}$ $Q_x = \frac{P}{2\ell^2} (\ell - 2x)^2$ $Q_{\max} = \frac{P}{2}$ $f = \frac{P}{EJ} \ell^3 \left(\frac{1}{384} - \frac{1}{960} \right)$
 $R_1 = \frac{3P}{10} \quad R_2 = \frac{7P}{10}$ $M_x = \frac{3Px}{10} - \frac{P\ell}{15} + \frac{Px^3}{3\ell^2}$ $M_{\max} = 0,043P\ell \quad (x=0,548\ell)$ $Q_x = \frac{3P}{10} - P\frac{x^2}{\ell^2}$ $Q_{\max} = \frac{7P}{10}$ $f = \frac{P\ell^3}{EJ} \frac{1}{382} \text{ para } x=0,525\ell \text{ (máx)}$	 $R_1 = \frac{w[(c+\ell)^2 - c^2]}{2\ell}$ $R_2 = \frac{w[(c+\ell)^2 - c^2]}{2\ell}$ $M_x = \frac{w}{2} (c-x)^2$ $M_{x_1} = \frac{w}{2} (c+x_1)^2 R_1 \quad (x_1 = \frac{R_1}{w})$ $M_{x_2} = \frac{w}{2} (c-x_2)^2$ $M_{\max} = R_1 \left(\frac{R_1}{2w} - c \right)$ $Q_{\max} = wc \text{ ou } R_1 - wc, (c > c)$	 $R_1 = \frac{P_1 c - P_2 c_1}{\ell} + P_1$ $R_2 = \frac{P_2 c_1 - P_1 c}{\ell} + P_2$ $M_x = P_1 (c-x)$ $M_{x_1} = P_1 c + (P_1 - R_1) x_1$ $M_{x_2} = P_2 (c_1 - x_2)$ $M_{\max} = P_1 c \text{ ou } P_2 c_1$ $Q_x = P_1; Q_{x_1} = P_1 - R_1; Q_{x_2} = P_2$



$$R_1 = \frac{Pb}{l} \quad R_2 = \frac{Pa}{l}$$

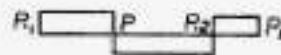
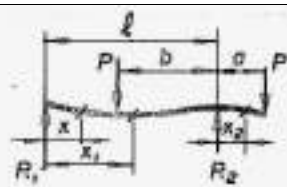
$$M_{\max} = \frac{Pab}{l}$$

$$f_{x_2} = \frac{Pabc}{6EJl} (\ell + b)$$

para $x_2 = c$

$$f_{x_1} = \frac{Pabd}{6EJl} (\ell - a)$$

para $x_1 = d$



$$R_1 = \frac{Pb - P_1a}{l}$$

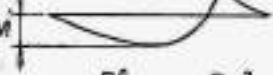
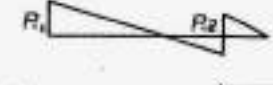
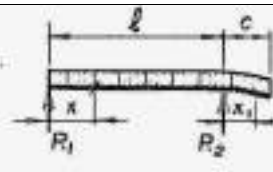
$$R_2 = \frac{P(\ell - b) + P_1(a + \ell)}{l}$$

$$M_{x_1}(\ell - b) = R_1 x_1$$

$$M_{x_2}(\ell - b) < \ell = R_1 x_1 - P(b + x_1 - \ell)$$

$$M_{x_2} = P_1(a - x_2)$$

$$Q_x = R_1; Q_{x_1} = R_1 - P; Q_{x_2} = P$$



$$R_1 = \frac{P\ell}{2(\ell + c)} - \frac{Pc^2}{2\ell(\ell + c)}$$

$$R_2 = \frac{P\ell}{2(\ell + c)} + \frac{Pc}{\ell + c} + \frac{Pc^2}{2\ell(\ell + c)}$$

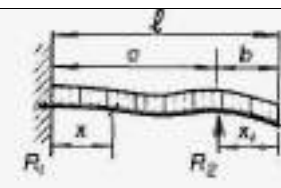
$$M_x = R_1 x - \frac{Px^2}{2(\ell + c)}$$

$$M_{x_1} = \frac{P(c - x_1)^2}{2(\ell + c)}$$

$$M_{\max} = \frac{R_1^2(\ell + c)}{2P} \quad x = \frac{1}{2}(\ell - c)$$

$$Q_{x_1} = R_1 - \frac{Px}{\ell + c}$$

$$Q_{x_2} = \frac{P}{\ell + c} (c - x_2)$$



$$R_1 = \frac{P}{2} \left(3 - \frac{3\ell}{2a} - \frac{a}{4\ell} \right)$$

$$R_2 = \frac{P}{2} \left(\frac{3\ell}{2a} + \frac{a}{4\ell} - 1 \right)$$

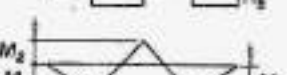
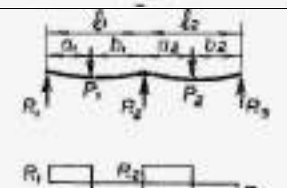
$$M_x = -\frac{P(\ell - x)^2}{2\ell} + R_2(a - x)$$

$$M_{x_1} = -\frac{P(\ell - x)^2}{2\ell}$$

$$M_a = P \frac{2b^2 - a^2}{8\ell} \quad M_b = -\frac{Pb^2}{2\ell}$$

$$M_{\max} = M_a \text{ se } a > \sqrt{6}b$$

$$M_{\max} = M_b \text{ se } a < \sqrt{6}b$$



$$M_1 = \frac{P_1 a_1 b_1}{\ell_1} + \frac{M_2 a_1}{\ell_1}$$

$$M_2 = -\frac{P_1 a_1 (\ell_1^2 - a_1^2) + \frac{P_2 b_2}{\ell_2} (\ell_2^2 - b_2^2)}{2(\ell_1 + \ell_2)}$$

$$M_3 = -\frac{P_2 a_2 b_2}{\ell_2} + \frac{M_2 b_2}{\ell_2}$$

$$R_1 = \frac{P_1 b_1}{\ell_1} + \frac{M_2}{\ell_1}$$

$$R_2 = \frac{P_1 a_1}{\ell_1} + \frac{P_2 b_2}{\ell_2} - M_2 \left(\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2} \right)$$

$$R_3 = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_4 = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_5 = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_6 = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_7 = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_8 = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_9 = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{10} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{11} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{12} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{13} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{14} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{15} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{16} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{17} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{18} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{19} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{20} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{21} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{22} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{23} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{24} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{25} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{26} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{27} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{28} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{29} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{30} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{31} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{32} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{33} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{34} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{35} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{36} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{37} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{38} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{39} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{40} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{41} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{42} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{43} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{44} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{45} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{46} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{47} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{48} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{49} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{50} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{51} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{52} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{53} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{54} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{55} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{56} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{57} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{58} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{59} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{60} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{61} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{62} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{63} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{64} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{65} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{66} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{67} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{68} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{69} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{70} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{71} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{72} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{73} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{74} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{75} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{76} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{77} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{78} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{79} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{80} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{81} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{82} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{83} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{84} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{85} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{86} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{87} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{88} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{89} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{90} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{91} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{92} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{93} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{94} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{95} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{96} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{97} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{98} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{99} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{100} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{101} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{102} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{103} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{104} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{105} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{106} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{107} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

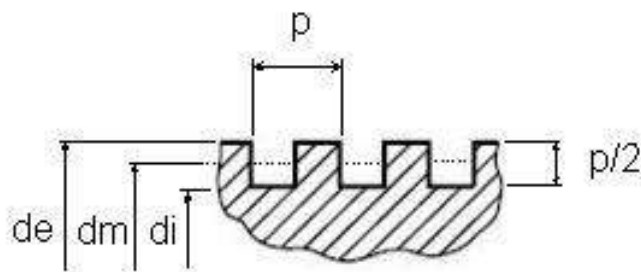
$$R_{108} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{109} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

$$R_{110} = \frac{P_2 a_2}{\ell_2} + \frac{M_2}{\ell_2}$$

11.7 CÁLCULO DA ROSCA DA EXTRUSORA DE MASSA – PRO IN 1

Cálculos de roscas de perfil quadrado:



Onde,

p: Passo, distância do início de um filete ao outro, medido paralelamente ao eixo.

de: diâmetro externo.

di: diâmetro interno.

dm: diâmetro médio, soma dos diâmetros externo e interno dividido por dois.

a: avanço, deslocamento axial relativo a uma volta do fuso (será o passo vezes o número de entrada).

Cálculo do Torque de Acionamento

$$T = F \frac{dm}{2} \left(\frac{a + \mu \pi dm}{\pi dm - \mu a} \right) + F \mu_c \frac{dc}{2}$$

Onde,

μ : coeficiente de atrito do parafuso;

μ_c : coeficiente de atrito do colar;

dc : diâmetro do colar.

Dimensionamento

Diâmetro Interno

$$di = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \sigma_{adm}}}$$

Tração / compressão

$$di = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \tau_{adm}}}$$

Torção

Altura da porca

$$H = \frac{6 \cdot F}{\pi d_i \sigma_{adm}}$$

Onde,

H: altura da porca.

Verificação da Pressão Superficial

$$P = \frac{4 \cdot F}{\pi n (d_e^2 - d_i^2)}$$

Onde,

P: pressão superficial;

n: número de filetes [altura da porca (H) dividido pelo passo da rosca (p)].

Exemplo: Dimensionar parafuso e porca para uma prensa manual.

Informações básicas:

Força máxima a ser aplicada: 15 kN;

Número de entradas da rosca: 1;

Material da porca: Ferro Fundido Cinzento (σ_r 155 MPa);

Material do parafuso: Aço ABNT 1020 (σ_e = 210 MPa);

Coefficiente de segurança: 2.

1. Calcular a tensão admissível para o parafuso:

$$\sigma_{adm} = \sigma_e / S_g = 210 / 2 = 105 \text{ MPa.}$$

2. Calcular o diâmetro interno do parafuso pela fórmula da tração/compressão:

$$d_i = \sqrt{\frac{4 \cdot 15000}{\pi \cdot 105}}$$

$$d_i = 13,5 \text{ mm}$$

3. Designar um passo em função do diâmetro interno, que se dá através de consulta a tabela:

Dimensões normalizadas para rosca trapezoidal – PROTEC:

Para $d_i = 13,5 \text{ mm}$, $p = 4 \text{ mm}$.

$$d_e = d_i + p = 17,5 \text{ mm}$$

$$d_m = (d_i + d_e) / 2 = 15,5 \text{ mm}$$

$$a = 4 \cdot 1 = 4 \text{ mm}$$

4. Verificar qual é o coeficiente de atrito parafuso/rosca em função de seus materiais (deve-se consultar tabela):

Coeficiente de atrito parafuso/rosca – PROTEC:

$$\mu = 0,18$$

5. Calcular o torque para o parafuso:

$$T = 15000 \frac{15,5}{2} \left(\frac{4 + 0,18 \pi 15,5}{\pi 15,5 - 0,18 \cdot 4} \right)$$

$$T = 30963,42 \text{ N.mm}$$

6. Verificar o diâmetro interno quando submetido à torção utilizando a fórmula da torção. Não esquecer de utilizar tensão de torção (τ admissível). A maior dimensão encontrada entre as fórmulas de tração e torção deve ser considerada:

$$\tau_{adm} = 0,577 \cdot \sigma_{adm} = 0,577 \cdot 105 = 60,58 \text{ MPa}$$

$$d_i = \sqrt{\frac{4 \cdot 30963,42}{\pi \cdot 60,58}}$$

$$d_i = 13,73 \text{ mm}$$

7. Calcular o número de filetes:

$$n = 27,4 / 4$$

$$n = 6,85$$

8. Calcular a altura da porca:

$$\sigma_{adm} = \sigma_r / S_g = 155 / 2 = 77,5 \text{ MPa.}$$

$$H = \frac{6 \cdot 15000}{\pi \cdot 13,5 \cdot 77,5}$$

$$H = 27,4 \text{ mm}$$

9. Verificar a pressão superficial

$$P = \frac{4 \cdot 15000}{\pi \cdot 6,85 (17,5^2 - 13,5^2)}$$

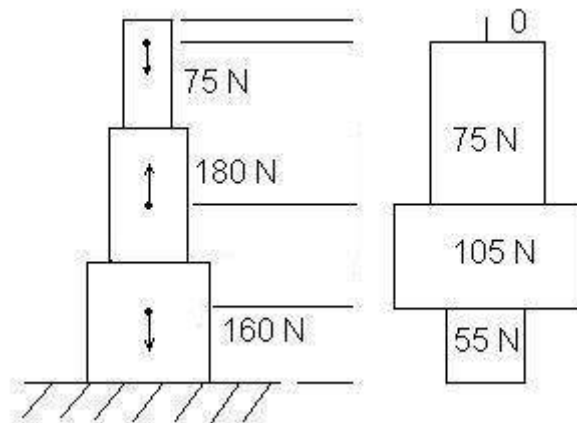
$$P = 22,5 \text{ MPa}$$

Como o valor máximo indicado para pressão superficial entre parafuso-porca em aço-ferro fundido é 100 MPa (conforme PROTEC), então o dimensionamento está correto.

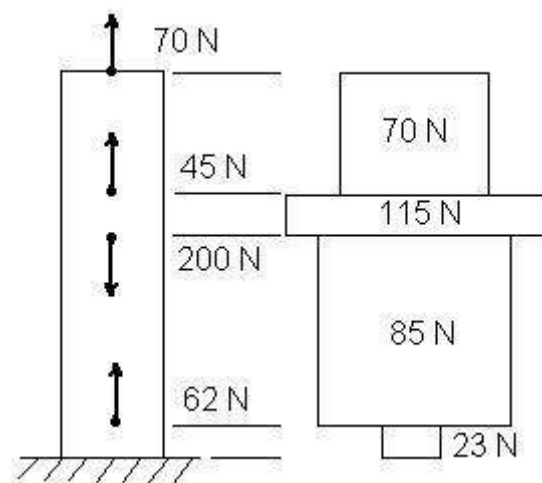
12. RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

- 5.1 a) 234N e 434N;
 b) 4000N e 3440N;
 c) 4000N e 3440N;
 d) ambos 281N.

5.2 a)



b)



- 5.3 a) interfixa e 2500N;
 b) inter-motriz e 300N;
 c) interfixa e 3333N;
 d) inter-motriz e 40N.

5.4 (Solução: somatório dos momentos em A). 240N.

5.5 (Solução: somatório dos momentos em B). 385N.

5.6 (Solução: encontrar distância "a" e calcular F). 184N.

6.4 .1 $\sigma = 31,8 \text{ Mpa}$.

6.4.2 $\sigma_r = 400 \text{ Mpa}$.

6.4.3 $\Delta L = - 0,162 \text{ mm}$.

6.4.4 $\sigma = 11,3 \text{ Mpa}$.

6.4.5 a) $\sigma = 12,7 \text{ Mpa}$;
 b) $\sigma = 19,9 \text{ Mpa}$;
 c) $\sigma = 13,3 \text{ Mpa}$.

6.4.6 seção a-a) $\sigma = 30 \text{ Mpa}$;
 seção b-b) $\sigma = 75 \text{ Mpa}$;
 seção c-c) $\sigma = 50 \text{ Mpa}$.

6.8.1 $d = 7,8 \text{ mm}$.

6.8.2 $d = 11,9 \text{ mm}$.

6.8.3 $d = 15,6 \text{ mm}$.

6.8.4 $a = 12,7 \text{ mm}$;
 $b = 25,4 \text{ mm}$;
 $c = 50,8 \text{ mm}$;
 $d = 6,35 \text{ mm}$;
 $f = 8,47 \text{ mm}$.

6.8.5 diâmetro $d_o = 14,3 \text{ mm}$;
 diâmetro $d = 19,3 \text{ mm}$;
 diâmetro $D = 25,6 \text{ mm}$.

7.1 Perfil "I" - Dimensão nominal = 3" | peso/metro = 8,45 | $W_x = 27,6 \text{ cm}^3$.

7.2 a) Perfil "U" - Dimensão nominal = 4" | peso/metro = 10,8 | $W_x = 37,5 \text{ cm}^3$.
 b) Perfil "U" - Dimensão nominal = 3" | peso/metro = 6,11 | $W_x = 18,1 \text{ cm}^3$.
 c) Perfil "U" - Dimensão nominal = 6" | peso/metro = 12,2 | $W_x = 71,7 \text{ cm}^3$.
 d) Perfil "U" - Dimensão nominal = 10" | peso/metro = 22,7 | $W_x = 221 \text{ cm}^3$.

7.3 $H = 155 \text{ mm}$;
 $B = 77,5 \text{ mm}$;
 $h = 93 \text{ mm}$;
 $e = 31 \text{ mm}$.

7.4 $D = 38,7 \text{ mm}$;
 $d = 23,2 \text{ mm}$.

7.5 $d = 32,5 \text{ mm}$.

8.1 $d = 6,5 \text{ mm}$ e $b = 11 \text{ mm}$

8.2 $d = 3,8 \text{ mm}$

8.3 Barra 1, $h = 4,9$ mm e $b = 9,8$ mm;
 Barra 2, $h = 6,4$ mm e $b = 12,8$ mm;
 $\varnothing$ pino A = 10 mm;
 $\varnothing$ pino B = 13,2 mm.

8.4 $\varnothing$ do parafuso = 2 mm;
 Largura da chaveta = 2,2 mm.

8.5 $\varnothing$ do parafuso = 7,1 mm;
 $\sigma_{esm} = 78,2$ MPa, (que é maior que $\sigma_{adm} = 70$ MPa);
 $\varnothing$ do parafuso redimensionado = 7,9 mm;
 Largura encontrada da chaveta = 6,4 mm;
 $\sigma_{esm} = 74$ MPa (como $\sigma_{adm} = 70$ MPa, deve-se redimensionar a chaveta);
 Largura redimensionada = 6,8 mm.

8.6 $\varnothing$ encontrado do rebite = 19,1 mm;
 $\sigma_{esm} = 163$ MPa (como $\sigma_{adm} = 145$ MPa, deve-se redimensionar o rebite);
 $\varnothing$ redimensionado = 21,6 mm;
 $\sigma_{esm} = 144,7$ MPa;
 Distância $b = 22,9$ mm.

9.1 Seção cheia, $\varnothing = 21,7$ mm;
 Seção vazada, $\varnothing_e = 124,5$ e $\varnothing_i = 87,15$ mm.

9.2 Aço ABNT 1020 LQ.

9.3 Aço ABNT 1010 LQ.

9.4 $k_t = 1,6$;
 $d = 20$ mm;
 $D = 24$ mm.

10.1 Seção AA - $\sigma_{max} = 161,3$ MPa;
 Seção BB - $\sigma_{max} = 143,8$ MPa;
 Seção CC - $\sigma_{max} = 160$ MPa;
 Seção DD - $\sigma_{max} = 144$ MPa;
 Seção EE - $\sigma_{max} = 68,4$ MPa.
 Material = Aço ABNT 1095 LQ ($\sigma_e = 583$ MPa)

13. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRIVABENE, Vladimir. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: Makron Books e McGraw Hill, 1989.

BENTO, Daniela Águida. **Elementos de Máquinas**. Florianópolis: Apostila do CEFET/SC, 2003.

GERE, James M. **Mecânica dos Materiais**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.

HIBBELER, R.C. Resistência dos materiais. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2017.

MERIAM, James L. **Estática**. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2ª ed., 1985.

PISSARENKO, G.S.; IAKOVLEV, A.P.; MATVEIEV, V.V. **Prontuário de Resistência de Materiais**. URSS: Editora Mir Moscovo, 1985.

POPOV, Egor P. **Introdução à Mecânica dos Sólidos**. São Paulo: Edgar Blucher, 1978.

PROVENZA, Francesco. **Projetista de Máquinas**. São Paulo: PRO-TEC, 5ª ed., 1985.

URL's

<http://www.mspc.eng.br/> - Resistência dos materiais e outros temas técnicos.

<http://www.bibvirt.usp.futuro.br/> - Apostilas do Telecurso 2000 - Téc. Mecânica.